ARITMÉTICA PRÁTICA

Orlando de A. Gaudio
São Paulo. 1952

ARITMÉTICA PRÁTICA

OBRAS DO AUTOR

"*A Criança, o Sonho e os Contos de Fadas*", Panorama, S. Paulo, 1938 (Esg.).
"*Noções de Psicologia Educacional*", Comp. Edit. Nac., 4.ª ed., S. Paulo. 1950.
"*Noções de Filosofia da Educação*", Comp. Edit. Nac., 4.ª ed., S. Paulo, 1950
"*Noções de Sociologia Educacional*", Comp. Edit. Nac., 3.ª ed., S. Paulo, 1950.
"*Noções de História da Educação*", Comp. Edit. Nac., 4.ª ed., S. Paulo, 1950.
"*Manual de Filosofia*", Companhia Editôra Nacional, 4.ª edição, S. Paulo, 1950.
"*Introdução à Pedagogia Moderna*", Editôra A Noite, Rio, 1945.
"*A Escola Primária*", Editôra A Noite, Rio, 1945.
"*O Jardim de Infância*", Editôra A Noite, Rio, 1945 (Esgotado).
"*Psicologia da Criança*", Companhia Editôra Nacional, 2.ª ed., S. Paulo, 1950.
"*Metodologia do Ensino Primário*", Comp. Edit. Nac., 2.ª ed., S. Paulo, 1950.
"*Prática de Ensino*", Comp. Edit. Nac., S. Paulo, 1951, 2.ª edição.
"*Psicotécnica*", Edições Técnicas e Científicas, Rio, 1948.
"*Criança Brasileira*", Cartilha, Livraria Agir Editôra, Rio, 1951, 3.ª edição.
"*Criança Brasileira*", Primeiro Livro de Leitura, Agir, Rio, 1950, 4.ª ed.
"*Criança Brasileira*", Segundo Livro de Leitura, Agir, Rio, 1950, 5.ª ed.
"*Criança Brasileira*", Terceiro Livro de Leitura, Agir, Rio, 1950, 3.ª ed.
"*Criança Brasileira*", Terceiro Livro de Leitura, Livraria Agir Editôra, Rio, 1950 (Edição especial para o Estado de São Paulo), 3.ª edição.
"*Criança Brasileira*", Terceiro Livro de Leitura, Livraria Agir Editôra, Rio, 1950 (Edição especial para o Estado de Minas Gerais).
"*Criança Brasileira*", Terceiro Livro de Leitura, Livraria Agir Editôra, Rio, 1951 (Edição especial para o Estado do Rio Grande do Sul), 2.ª edição.
"*Criança Brasileira*", Terceiro Livro de Leitura, Agir, Rio, 1951 (Edição especial para o Estado de Pernambuco).
"*Criança Brasileira*", Quarto Livro de Leitura, Agir, Rio, 1951, 3.ª ed.
"*Criança Brasileira*", Quinto Livro de Leitura, Agir, 3.ª ed., Rio, 1949.
"*Vamos Estudar?*", Cartilha, Livraria Agir Editôra, Rio, 1951.
"*Vamos Estudar?*", 1.ª série primária, Livraria Agir Editôra, Rio, 1950.
"*Vamos Estudar?*", 2.ª série primária, Livraria Agir Editôra, Rio, 1950.
"*Vamos Estudar?*", 3.ª série primária, Livraria Agir Editôra, 2.ª ed., Rio, 1950.
"*Vamos Estudar?*", 4.ª série primária, Livraria Agir Editôra, 2.ª ed., Rio, 1950.
"*Vamos Estudar?*", Admissão, Livraria Agir Editôra, Rio, 1951.
"*Riquezas do Brasil*", 1.º livro, Livraria Agir Editôra, Rio, 1951.
"*Riquezas do Brasil*", 2.º livro, Livraria Agir Editôra, Rio, 1951.
"*Manual do Professor Primário*", Comp. Edit. Nac., 2.ª ed., S. Paulo, 1950.
"*A Arte de Ler, Escrever e Conversar*", Livraria Agir Editôra, Rio, 1948.
"*Aprenda a Educar seu Filho*", Companhia Editôra Nacional, S. Paulo, 1949.
"*Noções de Psicologia Experimental*", Comp. Edit. Nac., 2.ª ed., S. Paulo, 1950.
"*A Arte de Estudar e Fazer Exames*", Comp. Edit. Nac., São Paulo, 1949.
"*Tesouro das Histórias Maravilhosas*", Livraria Agir Editôra, Rio, 1950.
"*Geografia e História do Brasil*", Curso de Admissão, Liv. Agir. Edit., Rio, 1950.
"*Seleta Brasileira*", Curso de Admissão, Livraria Agir Editôra, Rio, 1950.
"*Exercícios de Linguagem e Matemática*", 1.ª Série Primária, Agir, Rio, 2.ª ed. 1951.
"*Aritmética Prática*", Curso de Admissão, Livraria Agir Editôra, Rio, 1951.
"*Geografia Geral*", 1.ª série ginasial, Comp. Edit. Nac., S. Paulo, 1951.
"*Geografia Geral*". 2.ª série ginasial, Comp. Edit. Nac., S. Paulo, 1951.
"*Geografia*", 1.ª série do curso básico comercial, Agir, 1952.
"*Matemática*", 1.ª série do curso básico comercial, Agir, 1952.

THEOBALDO MIRANDA SANTOS

Ex-professor de Geografia na Escola Normal Oficial de Minas Gerais. Ex-catedrático de Física, Química e História Natural dos Institutos de Educação de Campos e Niterói. Ex-professor de Física do Colégio N. D. de Sion do Rio de Janeiro. Catedrático de Filosofia da Educação do Instituto da Educação e da Universidade Católica do Distrito Federal

ARITMÉTICA PRÁTICA

Curso de admissão

Contém todo o programa do curso primário e do exame de admissão aos cursos ginasial, normal, comercial e industrial

1952

Livraria AGIR Editôra

RIO DE JANEIRO

ÍNDICE

NOÇÕES PRELIMINARES

1. **Aritmética.** — É a ciência dos números. Estuda a formação, a representação, as propriedades e as combinações dos números. A aritmética nos ensina a medir, contar e calcular as *grandezas*.

2. **Grandeza.** — Podemos dizer que grandeza é tudo que pode ser medido, contado ou pesado, como a altura de uma casa, o comprimento de uma rua ou o pêso de um homem. Mas, na realidade, a grandeza não se define. A noção de grandeza surge da comparação de dois objetos ou de duas coisas da mesma espécie. Assim, quando vemos duas árvores, verificamos que uma é mais alta do que a outra: a altura de uma árvore é uma *grandeza*. As grandezas podem ser:

a) *Contínuas* — são as que podem ser aumentadas ou diminuídas de uma quantidade qualquer; exs.: o comprimento de uma corda, a largura de uma tábua, etc.

b) *Descontínuas* — são as que só podem ser aumentadas ou diminuídas de uma quantidade determinada, pois são formadas de partes distintas; ex.: um bando de andorinhas só pode ser aumentado ou diminuído, no mínimo, de uma andorinha.

c) *Mensuráveis* — são as que podem ser medidas, como a altura de uma casa ou a superfície de um terreno. As grandezas mensuráveis são chamadas *grandezas matemáticas*.

d) *Imensuráveis* — são as que não podem ser medidas, como a bondade de um homem ou a inteligência de uma criança. A aritmética ocupa-se apenas das grandezas mensuráveis, pois as imensuráveis escapam a qualquer processo de medição exata.

3. Quantidade. — É a grandeza medida ou avaliada. Ex.: o *comprimento* de uma rua é uma *grandeza;* medimos essa rua e achamos 2 quilômetros — temos uma *quantidade.*

As quantidades podem ser:

a) *Homogêneas* — são as quantidades da mesma espécie; ex.: 2 pássaros e 5 pássaros.

b) *Heterogêneas* — são as quantidades de espécie diferente; ex.: 3 livros e 7 flores.

4. Medida. — Medir uma grandeza é compará-la com outra da mesma espécie, chamada *unidade.* Ex.: comparar o comprimento de uma sala com o comprimento de um metro tomado para unidade, isto é, achar quantos metros de comprimento tem a referida sala.

Contar é medir uma grandeza descontínua; ex.: contar os alunos de uma classe.

5. Unidade. — É uma grandeza conhecida com a qual se comparam as grandezas da mesma espécie, que se deseja *medir* ou *contar.* Quando se diz que uma casa tem 5 metros de altura, a *altura* da casa é a grandeza medida, e o *metro* é a unidade com a qual esta grandeza foi comparada. A *unidade* pode também ser considerada como um dos elementos de um conjunto: um homem, um livro, uma casa são *unidades.*

6. Número. — É o resultado da comparação de uma grandeza com sua unidade; exprime quantas unidades há numa grandeza; exs.: 5 metros, 8 meninos. O número é, portanto, uma coleção de unidades. Os números podem ser:

a) *Inteiros* — são os que contêm a unidade, uma ou várias vêzes exatamente; exs.: 10 metros, 15 laranjas, etc.

b) *Fracionários* — são os que contêm uma parte ou várias partes da unidade dividida em partes iguais; exs.: meio metro de fita, um têrço de uma laranja, etc.

c) *Mistos* — são os que contêm uma parte inteira e outra fracionária; exs.: 5 litros e meio de vinho, dois metros e um têrço de fazenda, etc.

d) *Concretos* — são os que vêm acompanhados do nome da unidade; exs.: 8 casas, 6 alunos, etc.

e) *Abstratos* — são os que não vêm acompanhados do nome da unidade; exs.: 8, 6, etc.

f) *Ordinais* — são os que servem para indicar a ordem ocupada por um objeto ou uma pessoa numa coleção; exs.: 2.ª laranja do saco, 1.º aluno da classe, etc.

g) *Cardinais* — são os que indicam quantos elementos tem uma coleção; exs.: 25 mesas, 42 alunos, etc.

h) *Simples* — são os que têm um só algarismo: exs.: 7, 9, etc. (1)

i) *Compostos* — são os que têm mais de um algarismo; exs.: 26, 348, etc.

j) *Pares* — são os que terminam em 2, 4, 6, 8 ou 0, e, quando divididos por 2, não deixam resto; exs.: 48, 340, etc.

l) *Ímpares* — são os que terminam em 1, 3, 5, 7 ou 9, e, quando divididos por 2, deixam resto; exs.: 23, 107, etc.

m) *Dígitos* — são os dez primeiros números, que podem ser contados nos dedos das mãos; exs.: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

RESUMO

Aritmética é a ciência dos números. Grandeza é tudo que pode ser medido, contado ou pesado. As grandezas podem ser: contínuas, descontínuas, mensuráveis, imensuráveis. Quantidade é a grandeza medida ou avaliada. As quantidades podem ser: homogêneas e heterogêneas. Medir uma grandeza é compará-la com a sua unidade. Unidade é a grandeza com a qual se comparam grandezas da mesma espécie. Número é o resultado da comparação de uma grandeza com sua unidade. Os números podem ser: inteiros, fracionários, mistos, concretos, abstratos, ordinais, cardinais, simples, compostos, pares, ímpares e dígitos.

QUESTIONÁRIO

Que é aritmética? Que é grandeza? Que são grandezas contínuas e descontínuas? Que são grandezas mensuráveis e imensuráveis? Que é quantidade? Que são quantidades homogêneas e heterogêneas? Que é medir uma grandeza? Que é contar? Que é unidade? Que é número? Que são números inteiros, fracionários e mistos? Que são números concretos e abstratos? Que são números ordinais e cardinais? Que são números pares e ímpares? Que são números dígitos?

(1) *Algarismos* são os sinais com que se escrevem os números.

EXERCÍCIOS E TESTES

1. Complete: *A aritmética é a ciência dos*............ *Estuda a* ....

2. Sublinhe o que completar melhor a frase: *As grandezas que não podem ser medidas chamam-se: (contínuas — imensuráveis — homogêneas).*

3. Escreva as respostas nos parênteses: — *Que espécie de grandeza é um bando de passarinhos?* (..............); — *Que espécie de quantidade representam 2 homens e 3 cavalos?* (............); — *Que é contar?* (............); — *Qual o nome da grandeza com a qual se comparam outras grandezas?* (............).

4. Sublinhe os números ímpares desta lista: *24, 39, 51, 62, 78, 93.*

NUMERAÇÃO

1. **Numeração.** — É a arte de exprimir e de representar os números. Divide-se em *numeração falada* e *numeração escrita. Numeração falada* é a arte de exprimir os números por meio de palavras. *Numeração escrita* é a arte de representar os números por meio de sinais escritos ou *algarismos.*

2. **Nomes dos números.** — Desde a antiguidade os povos habituaram-se a contar de dez em dez, empregando os dedos das mãos. Daí se chamarem *dígitos* os dez primeiros números, que são: *um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez.* Os nomes dos diversos números são formados da seguinte maneira:

a) *têm nomes especiais,* além dos dez primeiros números: *onze, doze, treze, quatorze, quinze, vinte, trinta, mil, milhão, bilhão,* etc.;

b) *têm nomes derivados* dos acima referidos os números: *quarenta (quatro + enta), cincoenta (cinco + enta), sessenta (seis + enta), setenta (sete + enta), oitenta (oito + + enta), noventa (nove + enta), duzentos (dois + centos), trezentos (três + centos), quatrocentos (quatro + centos), quinhentos, seiscentos, setecentos, oitocentos, novecentos;*

c) *têm números compostos* dos já mencionados todos os outros números; exs.: *dezoito (dez e oito), trinta e cinco, cento e vinte e nove,* etc.

3. **Numeração falada.** — A numeração falada procura reunir os números em séries, chamadas *ordens,* e as ordens em *classes.* Há três ordens de unidades: *unidades, dezenas* e *cen-*

tenas. Dez unidades valem uma dezena, e dez dezenas valem uma centena. Para evitar a criação de novas ordens de unidades, estas são grupadas em *classes*. Assim, dez centenas formam uma unidade de uma classe superior, isto é, a *classe dos milhares*. Para melhor compreensão das ordens e classes, vejamos a marcha da numeração falada:

a) Os nove primeiros números exprimem unidades simples. O número que se segue a 9 chama-se *dez, dezena* ou *unidade de 2.ª ordem*. Isto quer dizer que *dez unidades simples formam uma dezena.*

b) A *dezena* é um grupo de 10 unidades. É uma unidade de 2.ª ordem. Os nomes das dezenas são: dez, vinte, trinta, quarenta, cincoenta, sessenta, setenta, oitenta, noventa. O número que se segue a 99 chama-se *cem, centena* ou *unidade de 3.ª ordem*. Isto quer dizer que *dez dezenas formam uma centena.*

c) A *centena* é um grupo de 10 dezenas. É uma unidade de 3.ª ordem. Os nomes das centenas são: *cem, duzentos, trezentos, quatrocentos, quinhentos, seiscentos, setecentos, oitocentos* e *novecentos*. O número que se segue a 999 chama-se *mil, milhar ou unidade de 4.ª ordem*. Isto quer dizer que *dez centenas formam um milhar*. E assim por diante.

4. **Princípio fundamental da numeração falada.** — Essa maneira de reunir os números em ordens e classes se baseia no seguinte princípio fundamental da numeração falada: *Dez unidades de uma ordem qualquer formam uma unidade de ordem imediatamente superior*, e, recìprocamente, *uma unidade de uma ordem qualquer vale dez unidades da ordem imediatamente inferior*. Assim,

dez unidades simples formam *uma dezena;*
dez dezenas formam uma *centena;*
dez centenas formam *um milhar;*
dez milhares formam *uma dezena de milhares;*
dez dezenas de milhares formam *uma centena de milhares;*
dez centenas de milhares formam *um milhão*, etc.

O quadro seguinte mostra a sucessão das ordens e classes:

Classe	Ordem	
Primeira classe	Primeira ordem: unidades	de unidades
	Segunda ordem: dezenas	
	Terceira ordem: centenas	
Segunda classe	Primeira ordem: unidades	de milhares
	Segunda ordem: dezenas	
	Terceira ordem: centenas	
Terceira classe	Primeira ordem: unidades	de milhões
	Segunda ordem: dezenas	
	Terceira ordem: centenas	

5. **Sistema de numeração.** — É um conjunto de palavras, sinais e regras com os quais representamos os números. *Base de um sistema de numeração* é o número de unidades de uma ordem necessário para formar uma unidade de ordem imediatamente superior.

O sistema de numeração que usamos é chamado *decimal*, porque tem por *base* o número 10. O número de algarismos de um sistema é sempre igual à base. Por isso, no sistema decimal de numeração há dez algarismos.

6. **Numeração escrita.** — É, como vimos, a arte de representar os números por meio de sinais escritos chamados *algarismos*. Os algarismos são: *1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9*. Com o auxílio dêsses sinais e do símbolo *0* (zero), que quer dizer *nada* ou *cousa nenhuma*, podemos representar todos os números. Para isso, é necessário que êsses sinais sejam bem combinados, de modo a representarem, em um mesmo número, cada uma das unidades de suas diferentes ordens.

7. **Princípio fundamental da numeração escrita.** — A numeração escrita é baseada no seguinte princípio: *Todo algarismo escrito à esquerda de outro representa unidades dez vêzes maiores do que representaria se estivesse escrito no lugar dêsse outro.*

Assim, a partir da direita, o primeiro algarismo representa unidades simples, o segundo dezenas, o terceiro centenas,

etc. Para escrever um número qualquer, é necessário representar as unidades de suas diferentes ordens pelos algarismos correspondentes e dispô-los de acôrdo com o princípio acima.

Vamos escrever, por exemplo, com algarismos, o número *seis mil quatrocentos e oitenta e cinco*. Êsse número contém *seis* unidades de milhar, *quatro* centenas, *oito* dezenas e *cinco* unidades, ou seja: 6 485.

Quando faltar uma ordem, empregar-se-á o zero (0) para ocupar o seu lugar.

8. **Valores dos algarismos.** — Os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 são chamados *algarismos significativos*. O algarismo *0* (zero) é chamado *algarismo insignificativo*, pois serve apenas para indicar, nos números, a ausência de unidades de uma certa ordem.

Em conseqüência do princípio fundamental da numeração escrita, os algarismos significativos possuem dois valores:

a) *Valor absoluto* — é o valor que o algarismo possui quando está isolado.

b) *Valor relativo* — é o valor que o algarismo possui, conforme a posição que ocupa no número.

Assim, se escrevermos o algarismo 5 na ordem das unidades, êle representará 5 coisas, que é o seu valor *absoluto*; se o escrevermos na ordem das dezenas, representará 50 coisas; na ordem das centenas, 500 coisas; e, assim, se irá tornando 10 vêzes maior em cada ordem à esquerda, e todos êsses valores são *relativos*.

Quando um algarismo está só é como se ocupasse a ordem das unidades.

9. **Regra para ler os números.** — Para ler um número inteiro, a regra é a seguinte:

Separam-se, no número dado, classes de três algarismos, da direita para a esquerda, podendo a última da esquerda conter um, dois ou três algarismos; em seguida, lêem-se, separadamente, as classes, da esquerda para a direita, dando-se a cada uma a denominação que lhe corresponde.

Assim, lê-se o número 27 235 483 da seguinte maneira: *vinte e sete milhões, duzentos e trinta e cinco mil e quatrocentos e oitenta e três unidades.*

10. **Regra para escrever os números.** — Para escrever um número inteiro, a regra é a seguinte:

Escrevem-se, uns em seguida aos outros, da esquerda para a direita, os algarismos que representam as unidades das diferentes ordens, a partir das unidades de ordem mais elevada, indicando-se por zeros as unidades de qualquer ordem que faltarem.

Assim, escreve-se o número oito milhões, duzentos e vinte e seis mil e dezoito unidades da seguinte maneira: 8 226 018.

11. **Numeração romana.** — Há duas espécies de algarismos: os *arábicos e os romanos. Algarismos arábicos* são assim chamados porque foram inventados pelos árabes; são os sinais: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. *Algarismos romanos* são assim denominados porque foram usados, antigamente, pelos romanos; constam de 7 letras do nosso alfabeto. Essas letras são as seguintes, tendo, abaixo, o seu valor em algarismos arábicos:

1	5	10	50	100	500	1 000
I	V	X	L	C	D	M

12. **Regras para escrever números com algarismos romanos:**

a) Quando se repete um algarismo, seu valor é repetido; mas só se repetem os algarismos I, X, C, M, e, no máximo, três vêzes. Assim, XX representa duas vêzes 10, isto é, 20.

b) Um algarismo colocado à direita de outro de maior valor é somado a êste. Assim, XI representa X + I, isto é, 11.

c) Um algarismo colocado à esquerda de outro de maior valor é subtraído dêste. Assim IX representa X — I, isto é, 9.

d) Um traço horizontal colocado sôbre um algarismo ou um grupo de algarismos, multiplica seu valor por mil; dois traços horizontais multiplicam o valor por um milhão, e assim por diante. Exemplos: $\overline{I}$, $\overline{\overline{I}}$, $\overline{\overline{\overline{I}}}$ representam, respectivamente, 1 000, 1 000 000, 1 000 000 000.

13. **Aplicação dos números romanos.** — Atualmente, só se empregam os algarismos romanos em casos especiais, como sejam, por exemplo, na designação dos números de ordem dos

capítulos ou parágrafos de livros, na inscrição de datas em monumentos, na indicação das horas nos mostradores dos relógios, nos nomes dos papas, dos reis, etc.

Vejamos, agora, alguns números escritos com algarismos arábicos, tendo, à frente, o seu valor em algarismos romanos:

1	I	16	XVI	31	XXXI	70	LXX
2	II	17	XVII	32	XXXII	71	LXXI
3	III	18	XVIII	33	XXXIII	80	LXXX
4	IV	19	XIX	34	XXXIV	81	LXXXI
5	V	20	XX	35	XXXV	90	XC
6	VI	21	XXI	40	XL	91	XCI
7	VII	22	XXII	41	XLI	100	C
8	VIII	23	XXIII	42	XLII	150	CL
9	IX	24	XXIV	43	XLIII	400	CD
10	X	25	XXV	44	XLIV	500	D
11	XI	26	XXVI	50	L	700	DCC
12	XII	27	XXVII	51	LI	900	CM
13	XIII	28	XXVIII	60	LX	1000	M
14	XIV	29	XXIX	61	LXI	1400	MCD
15	XV	30	XXX	69	LXIX	1701	MDCCI

RESUMO

Numeração é a arte de exprimir e representar os números. Divide-se em numeração falada e numeração escrita. Chamam-se dígitos os dez primeiros números. A numeração falada procura reunir os números em ordens e estas em classes. Essa maneira de reunir os números baseia-se no seguinte princípio: dez unidades de uma ordem formam uma unidade de ordem imediatamente superior. Sistema de numeração é um conjunto de palavras com as quais representamos os números. O sistema de numeração que usamos é o decimal. Numeração escrita é a arte de representar os números por meio de algarismos. A numeração escrita é baseada no seguinte princípio: todo algarismo escrito à esquerda de outro representa unidades dez vêzes maiores do que representaria se estivesse escrito no lugar dêsse outro. Os algarismos de 1 a 9 são chamados significativos e têm dois valores: relativo e absoluto. O zero é um algarismo insignificativo. Há duas espécies de algarismos: arábicos e romanos.

QUESTIONÁRIO

Que é numeração? Como se divide? Que é numeração falada? E numeração escrita? Que são números dígitos? Como são formados os números? Como a numeração falada reúne os números? Qual a marcha da numeração falada? Qual o princípio fundamental da numeração falada? Que é sistema de numeração? Que é a base de um sistema de numeração? Qual a base do sistema que usamos? Que é zero? Qual o princípio fundamental da numeração escrita? Quais são os algarismos significativos? Quais os seus valores? Qual é o algarismo insignificativo? Qual a regra para ler os números? E a regra para escrever os números? Quais as espécies de algarismos? De que constam os algarismos romanos? Quais as regras para escrever os números com algarismos romanos?

EXERCÍCIOS E TESTES

1. Complete: *Numeração é a arte de* .... Chamam-se *dígitos os* .... *Dez unidades de uma ordem formam* ....

2. Sublinhe o que completar, corretamente, as frases: *Mil é uma unidade de....* (2.ª ordem — 4.ª ordem — 3.ª ordem). *A base do nosso sistema de numeração é....* (5 — 10 — 20 — 100).

3. Responda, nos parênteses: *Quantos algarismos arábicos são necessários para escrever todos os números?* (........). *Quantos algarismos romanos são necessários para escrever todos os números?* (....). *Qual o valor absoluto de 7 no número 724?* (..........). *Que formam duas centenas de milhares?* (..............). *Quais as duas ordens de unidades mais próximas das dezenas de milhares?* (................).

4. Escreva, com algarismos arábicos, os números: *duzentos e três milhões, quatrocentos e trinta mil, oitocentos e vinte e sete unidades; dois milhões, mil e cinco unidades; cento e vinte e cinco bilhões, tresentos e oito milhões, duzentos e cinco mil e oitocentos e quarenta e nove unidades.*

5. Represente, com algarismos romanos: — os números: *124, 385, 462, 1234;* — as datas: *7 de setembro de 1822; 15 de novembro de 1889.*

6. Represente, com algarismos arábicos, os números: *MCMXX, MMCCCXCV, CXLIV, CCXLVI, DXXIX.*

PROBLEMAS RESOLVIDOS

1. Quantos algarismos são precisos para se escreverem: 1.º — as unidades de milhares; 2.º — as dezenas de unidades simples; 3.º — as dezenas de milhares; 4.º — os milhões; 5.º — as centenas de milhões; 6.º — os bilhões?

Resposta: 1.º — quatro algarismos; 2.º — dois algarismos; 3.º — cinco algarismos; 4.º — sete algarismos; 5.º — nove algarismos; 6.º — dez algarismos.

2. Qual o menor número de três algarismos expresso pelos algarismos 0, 3 e 5?

Resposta: 305.

3. Escreva, em ordem crescente, os dois números que podem ser formados com os algarismos 8 e 9.

Resposta: 89 e 98.

4. O algarismo 8 ocupa, num número inteiro, a quinta casa; qual o seu valor relativo? E o seu valor absoluto?

Resposta: O valor relativo é de 80 000 unidades. O valor absoluto é de 8 unidades.

5. De que ordens são: 1.º — as dezenas de milhares; 2.º — as centenas de unidades simples; 3.º — as unidades de milhares; 4.º — os milhões; 5.º — as centenas de bilhões.

Resposta: 1.º — da 5.ª ordem; 2.º — da 3.ª ordem; 3.º — da 4.ª ordem; 4.º — da 7.ª ordem; 5.º — da 12.ª ordem.

6. Qual o número menor do que 25 que tem a soma dos seus algarismos igual a 10 ?

Resposta: 19.

7. Quando se escrevem todos os algarismos de 10 a 99, quantas vêzes é escrito o algarismo 1 ?

Resposta: 19.

8. Quantos algarismos seriam necessários para escrever todos os números: 1.º — no sistema setenário? 2.º — no sistema duodecimal?

Resposta: No sistema setenário seriam necessários 7 algarismos. No sistema duodecimal seriam necessários 12 algarismos.

9. Quantos números existem de dois algarismos? E de três algarismos? E de quatro algarismos?

Resposta: 90; 900; 9 000.

10. Quantas centenas há em 3 300 unidades; em 60 000; em 4 793 200 e em 654 000 ?

Resposta: 33; 600; 47 932; 6 540.

OPERAÇÕES ARITMÉTICAS

1. **Operações aritméticas.** — São as diferentes combinações que podemos fazer com os números. Há seis operações aritméticas: *adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação* e *radiciação*. Destas são consideradas como *operações fundamentais* a *adição*, a *subtração*, a *multiplicação* e a *divisão*, porque representam o fundamento ou base de tôdas as outras.

2. **Elementos de uma operação.** — Numa operação aritmética consideram-se quatro elementos principais:

"a) *a definição*, que indica o fim da operação;

b) *a regra*, que dá os processos para alcançar o fim da operação;

c) *o resultado*, que é o número obtido pela operação;

d) *a demonstração*, que é o raciocínio que mostra que a regra está de conformidade com a definição e conduz ao resultado procurado".

3. **Prova de uma operação.** — É uma outra operação que serve para verificar a exatidão da primeira. Há duas espécies de provas, geralmente usadas: a *prova real* e a *prova dos noves*. Pode-se também empregar a prova dos 4, dos 11, etc.

4. **Sinais aritméticos.** — São as figuras usadas em aritmética para indicar, de modo abreviado, as operações ou mostrar as relações que existem entre duas ou mais quantidades. Os sinais empregados em aritmética são os seguintes:

O sinal de somar é ... + que se lê: *mais*.
O sinal de diminuir é — que se lê: *menos*.
O sinal de multiplicar é × que se lê: *multiplicado por*.
O sinal de dividir é ... ÷ que se lê: *dividido por*.
O sinal de igualdade é = que se lê: *igual a*.

Além dêsses sinais, há os seguintes:

O sinal de razão .... : que se lê: *está para.*
O sinal de proporção ..... :: que se lê: *assim como.*
O sinal de desigualdade . > que se lê: *maior do que.*
O sinal de desigualdade . < que se lê: *menor do que.*
O sinal de raiz quadrada $\sqrt{\ }$ que se lê: *raiz quadrada.*
O sinal de raiz cúbica .. $\sqrt[3]{\ }$ que se lê: *raiz cúbica.*
O sinal de agregação ... ( ) que se lê: *parênteses.*

RESUMO

Operações aritméticas são as diferentes combinações que podemos fazer com os números. As operações fundamentais são: adição, subtração, multiplicação e divisão. Os elementos de uma operação são: a definição, a regra, o resultado e a demonstração. A prova serve para verificar a exatidão das operações. São duas: a prova real e a prova dos noves. Os sinais aritméticos servem para indicar as operações.

QUESTIONÁRIO

Que são operações aritméticas? Quais são elas? Quais as operações fundamentais? Quais os elementos de uma operação? Que é prova de uma operação? Quais as provas usadas? Que são sinais aritméticos? Quais são os sinais aritméticos?

EXERCÍCIOS E TESTES

1. Complete: *Operações aritméticas são* ....
2. Sublinhe as operações fundamentais (*adição — radiciação — divisão — potenciação — subtração — multiplicação*).
3. Escreva as respostas nos parênteses: *A operação que serve para verificar a exatidão de outra chama-se:* (.............) *Os elementos de uma operação são:* (..............................).
4. Numere a segunda coluna de acôrdo com a primeira:

(1) sinal de somar — ( ) ÷
(2) sinal de diminuir — ( ) ×
(3) siial de multiplicar — ( ) —
(4) sinal de dividir — ( ) +

ADIÇÃO

1. **Definição.** — Adição é a operação que tem por fim *reunir em um só número tôdas as unidades contidas em dois ou mais números dados.* Para indicar a adição de dois ou mais números emprega-se o sinal +, que se lê: *mais.* Os números dados a somar denominam-se *parcelas* ou *têrmos* da adição, e o resultado da operação denomina-se *soma* ou *total.* Para representar o resultado da adição de 3, 2 e 1 escrevemos a igualdade:

$$3 + 2 + 1 = 6$$

2. **Propriedades da adição.**

a) *A ordem das parcelas não altera a soma:*

$$3 + 2 + 1 = 6$$
$$2 + 3 + 1 = 6$$
$$1 + 3 + 2 = 6$$

b) *As parcelas podem ser somadas duas a duas, três a três,* etc.:

$$3 + 2 + 4 + 5 = 14$$
$$5 + 9 = 14$$

c) *Pode-se substituir, numa adição, uma parcela por uma soma indicada, do mesmo valor que a parcela:*

$$5 + 9 \quad \text{ou} \quad (3 + 2) + 9$$

d) *Uma adição dá sempre o mesmo resultado:*

5 + 9 dão sempre 14

e) *Só se podem somar quantidades homogêneas:* bananas e bananas, ovos e ovos, meninos e meninos, etc.

f) *A soma é sempre da mesma espécie das parcelas:* quando somamos bananas com bananas, achamos bananas no resultado:

$$35 \text{ bananas} + 27 \text{ bananas} = 62 \text{ bananas.}$$

g) *Quando se aumenta uma quantidade a uma parcela, a soma fica aumentada da mesma quantidade:*

$$\begin{array}{r} 5 \\ +4 \\ \hline 9 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2 + 5 = 7 \\ +\ 4 \\ \hline 11 \end{array}$$

h) *Quando se diminui uma quantidade de uma parcela, a soma fica diminuída da mesma quantidade:*

$$\begin{array}{r} 5 \\ +4 \\ \hline 9 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 - 2 = 3 \\ +\ 4 \\ \hline 7 \end{array}$$

3. Prática da adição. — *1.º caso* (adição de números simples): Seja efetuar a soma 5 + 2. Decompondo os números em suas unidades, encontramos:

$$5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$
$$2 = 1 + 1$$

Para obter a soma, devemos reunir as unidades que têm os números dados. Encontra-se, assim:

$$5 + 2 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 7$$

Na prática, fazemos a soma mentalmente.

2.º caso (adição de número simples com número composto): Seja efetuar a soma: 5 + 97. Consideremos 97 como soma de 9 dezenas e 7 unidades. Somando 5 unidades a 7 unidades, encontramos 12 unidades. Assim, a soma procurada terá 9 dezenas e 12 unidades, isto é, 10 dezenas e 2 unidades. Por conseguinte:

$$5 + 97 = 102 \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 5 \\ +97 \\ \hline 102 \end{array}$$

3.º caso (adição de números compostos): Seja efetuar a soma 24 + 136 + 275. Colocamos os números das parcelas de modo que as unidades de uma mesma ordem fiquem na mesma coluna vertical. Assim:

$$\begin{array}{r} 24 \\ 136 \\ +\ 275 \\ \hline 435 \end{array}$$

Iniciando a operação pelas unidades simples, encontramos a soma parcial 15. Escrevemos 5 na coluna das unidades, sob o traço, e juntamos 1 dezena restante à soma das dezenas dos números dados. Somando as dezenas, inclusive a que sobrou da soma das unidades, encontramos 13. Escrevemos 3 na coluna das dezenas e reservamos 1 centena para ser reunida à soma das centenas das parcelas. Somando, em seguida, as centenas, acrescidas da que proveio da soma das dezenas, encontramos 4, que escrevemos na coluna das centenas. O total da soma é, como vemos: 435.

4. Regra da adição. — *"Para somar dois ou mais números, somam-se sucessivamente as unidades da mesma ordem de todos êles, a partir das unidades simples; se, de alguma dessas somas parciais, resultarem unidades de ordem imediatamente superior, essas são reservadas para serem reunidas às de ordem correspondente".*

Exemplo: Seja somar 45, 368 e 837:

$$\begin{array}{r} 45 \\ 368 \\ 837 \\ \hline 1\,250 \end{array}$$

5. Prova da adição. — a) *Prova real:* Somam-se as parcelas em outra ordem, por exemplo, de baixo para cima. O segundo resultado deve ser igual ao primeiro.

b) *Prova dos noves:* Tiram-se os noves de tôdas as parcelas e, separadamente, os noves da soma; se os dois resultados fôrem iguais, é provável que a operação esteja certa.

7. Cálculo mental da adição. — Existem vários processos para abreviar uma adição, de modo a obter mentalmente, isto é, "de cabeça", o resultado. Um dêles consiste em começar a operação pelas ordens mais elevadas. Exemplo: 437 + 256, faz-se: 437 + 200 + 50 + 6.

RESUMO

A adição tem por fim reunir em um só número tôdas as unidades contidas em dois ou mais números. As propriedades da adição são: a ordem das parcelas não altera a soma; as parcelas podem ser somadas duas a duas, três a três, etc.; pode-se substituir, numa adição, uma parcela por uma soma indicada, do mesmo valor que a parcela; uma adição dá sempre o mesmo resultado; só se podem somar quantidades homogêneas; a soma é sempre da mesma espécie das parcelas; quando se aumenta uma quantidade a uma parcela, a soma fica aumentada da mesma quantidade. Regra da adição: para somar 2 ou mais números, somam-se sucessivamente as unidades da mesma ordem de todos êles, a partir das unidades simples; se, de alguma dessas somas parciais resultarem unidades de ordem imediatamente superior, essas são reservadas para serem reunidas às de ordem correspondente. Provas da adição: real e dos noves. Cálculo mental: começar a operação pelas ordens mais elevadas.

QUESTIONÁRIO

Qual a definição de adição? Qual o sinal da adição? Quais as propriedades da adição? Quais os casos de adição? Qual a regra da adição? Quais as provas da adição? Como se calcula, mentalmente, uma adição?

EXERCÍCIOS E TESTES

1. Escrever, no lugar dos pontos, os números que completam as igualdades: 6 + (...) = 9. 12 + (...) = 25. 5 + 8 + (...) = 39.

2. Complete estas frases: *Quatro meios centos de laranjas são ..... laranjas. Seis dúzias de ovos são..... ovos. Trinta e cinco dezenas de lápis são..... lápis. Vinte centenas e duas unidades de cigarros são..... cigarros.*

3. Sublinhe a resposta certa: *Quantas unidades simples há em 100 dezenas?* (1 000 — 100 000 — 10 000). *Meio milhar quantas dezenas são?* (50 — 70 — 100). *Quantos minutos há em duas horas e meia?* (120 — 210 — 150).

4. Efetue as seguintes adições e tire as provas: 473 + 279 = ...; 827 + 365 = ...; 8 325 + 487 + 250 = ...; 13 253 + 1 895 + 463 = ...

PROBLEMAS RESOLVIDOS

1. Carlos Magno nasceu em 742 e morreu com 72 anos de idade. Em que ano morreu?

Solução — Carlos Magno morreu no ano: 742 + 72 = 814.

2. Por quanto vendeu um comerciante uma peça de fazenda, sabendo-se que êle a comprou por 432 cruzeiros e ganhou, na venda, 85 cruzeiros?

Solução — O comerciante vendeu a peça de fazenda por: 432 + 85 = = 517 *cruzeiros.*

3. Um homem vendeu um cavalo por 825 cruzeiros e teve um prejuízo de 49 cruzeiros. Por quanto adquiriu o homem o cavalo?

Solução — O homem adquiriu o cavalo por: 825 + 49 = 874 *cruzeiros.*

4. Três pessoas repartem, entre si, uma certa importância em dinheiro: a primeira recebe 125 cruzeiros; a segunda 97 cruzeiros, e a terceira 137 cruzeiros. Qual a importância repartida?

Solução — A importância repartida é: 125 + 97 + 137 = 395 *cruzeiros.*

5. Um fazendeiro leva 3 cestas com ovos ao mercado. A primeira cesta contém 200 ovos; a segunda, 50 ovos mais do que a primeira, e a terceira 100 ovos mais do que a segunda. Qual o número total de ovos dos três cestos?

Solução — O segundo cesto contém: 200 + 50 = 250 *ovos. O terceiro cesto contém:* 250 + 100 = 350 *ovos. E os 3 cestos juntos contêm:* 200 + 250 + 350 = 800 ovos.

SUBTRAÇÃO

1. Definição. — *Subtração é a operação que tem por fim: a) tirar um número menor de outro maior; b) achar a diferença entre dois números; c) achar o excesso de um número sôbre o outro; d) dada a soma de duas parcelas e uma delas, determinar a outra.*

Para indicar a subtração emprega-se o sinal —, que se lê: *menos*. Exemplo: 6 — 4 = 2. Os números dados na subtração chamam-se *têrmos*. O número maior é o *minuendo* e, o menor, *subtraendo*. O resultado da subtração denomina-se *resto, excesso* ou *diferença*: a) é *resto* quando *sobra*: de 8 bananas tiro 3; o *resto* é 5; b) é *excesso*, quando *há demais*: compro 6 lápis; recebo 9; há um *excesso* de 3 lápis; c) é *diferença*, quando se faz uma *comparação*: Carmen tem 11 anos; Ângela tem 9; a *diferença* de idade entre as duas é de 2 anos.

2. Propriedades da subtração. — a) *Somando o mesmo número ao minuendo e ao subtraendo, o resto não se altera:*

$$\begin{array}{r} 14 \\ -\ 8 \\ \hline 6 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 14 + 3 = 17 \\ 8 + 3 = 11 \\ \hline 6 \end{array}$$

b) *Diminuindo o mesmo número do minuendo e do subtraendo, o resto não se altera:*

$$\begin{array}{r} 19 \\ -\ 7 \\ \hline 12 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 19 - 3 = 16 \\ 7 - 3 = 4 \\ \hline 12 \end{array}$$

c) *Somando um número qualquer ao minuendo, o resto ficará aumentado dêsse número:*

$$\begin{array}{r} 15 \\ -\ 4 \\ \hline 11 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 15 + 2 = 17 \\ -\ 4 \\ \hline 13 \end{array}$$

d) *Diminuindo um número qualquer do minuendo, o resto ficará diminuído dêsse número:*

$$\begin{array}{r} 16 \\ -\ 5 \\ \hline 11 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 16 - 2 = 14 \\ -\ 5 \\ \hline 9 \end{array}$$

e) *Somando um número qualquer ao subtraendo, o resto ficará diminuído dêsse número:*

$$\begin{array}{r} 10 \\ -\ 6 \\ \hline 4 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 10 \\ 6 + 2 = \ 8 \\ \hline 2 \end{array}$$

f) *Diminuindo um número qualquer do subtraendo, o resto ficará aumentado dêsse número:*

$$\begin{array}{r} 10 \\ -\ 6 \\ \hline 4 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 10 \\ 6 - 2 = \ 4 \\ \hline 6 \end{array}$$

g) *Só se podem subtrair quantidades homogêneas:* bananas menos bananas, ovos menos ovos, etc.

h) *A subtração dá sempre o mesmo resultado:* 9 — 5 são sempre 4.

i) *A soma do resto com o subtraendo é igual ao minuendo:*

$$\begin{array}{rl} 9 & \text{minuendo} \\ -\ 5 & \text{subtraendo} \\ \hline 4 & \text{resto} \end{array} \qquad\qquad 4 + 5 = 9$$

A conclusão que se tira das propriedades *a, b, c, d, e,* é que: quando o minuendo *aumenta* ou *diminui*, o resto também *aumenta* ou *diminui*; e, quando o subtraendo *aumenta* ou *diminui*, o resto *diminui* ou *aumenta*.

3. Prática da subtração. — *1.º caso* (subtraendo e resto são números simples): Seja efetuar a subtração 7 — 3. Basta tirar de 7 cada uma das unidades de 3, o que é o mesmo que contar a partir de 7 em ordem decrescente:

7 menos 1, 6
6 menos 1, 5
5 menos 1, 4

O resto é 4. Escrevemos: 7 — 4 = 3. Na prática, fazemos a subtração mentalmente.

2.º caso (subtraendo e resto são números compostos): Seja efetuar a subtração 645 — 329. Escrevemos êstes números de modo que as unidades de cada ordem fiquem colocadas na mesma coluna vertical. Assim:

$$\begin{array}{r} 645 \\ -\ 329 \\ \hline \end{array}$$

Comecemos a subtração pelas unidades. Como de 5 unidades não podemos subtrair as 9 unidades, tiramos das 4 dezenas 1 dezena e convertemo-la em 10 unidades que, reunidas às 5 unidades, dão 15 unidades; de 15 unidades tiramos 9 unidades, encontramos 6 unidades. As 4 dezenas ficaram valendo 3 dezenas; tirando-lhes 2 dezenas, encontramos 1 dezena. Finalmente, 6 centenas menos 3 centenas dão 3 centenas. O resultado da subtração é, portanto:

$$\begin{array}{r} 645 \\ -\ 329 \\ \hline 316 \end{array}$$

5. Regra da subtração. — *"Escreve-se o subtraendo por baixo do minuendo, de forma que as unidades da mesma ordem se correspondam em coluna vertical. Subtrai-se a seguir, a partir da direita, de cada algarismo do minuendo o algarismo correspondente do subtraendo. Caso a subtração não seja possível, recorre-se a uma unidade de ordem imediatamente superior que se reúne à ordem considerada para prosseguir-se na operação."*

6. Complemento aritmético. — *Complemento aritmético de um número é o que falta a êsse número para formar uma unidade de ordem imediatamente superior à ordem de suas unidades mais elevadas.* Em outras palavras: complemento aritmético de um número é outro número que, somado com aquêle, dá uma unidade seguida de tantos zeros quantos são os algarismos do número dado. Assim:

o complemento de 36 será 100 — 36 = 64.
o complemento de 452 será 1 000 — 452 = 548.
o complemento de 5 347 será 10 000 — 5 347 = 4 653.

7. Prova da subtração. — a) *Prova real*: Consiste em somar o subtraendo com o resto. O resultado deverá ser igual ao minuendo. b) *Prova dos noves*: Tiram-se os noves do minuendo e, em seguida, do subtraendo com o resto. Os dois restos devem ser iguais.

8. Cálculo mental da subtração. — Há vários processos. Um dos mais rápidos consiste em começar a operação pelas ordens mais elevadas. Exemplo: 683 — 245 = 683 — 200 — — 40 — 5.

RESUMO

Subtração é a operação que tem por fim tirar um número menor de outro maior. O sinal da subtração é: —. Os números dados na subtração chamam-se têrmos. O número maior é o minuendo, e o menor, subtraendo. O resultado da subtração denomina-se resto, excesso ou diferença. Regra da subtração: Escreve-se o subtraendo por baixo do minuendo, de forma que as unidades da mesma ordem se correspondam em coluna vertical. Subtrai-se a seguir, a partir da direita, de cada algarismo do minuendo o algarismo correspondente do subtraendo. Caso a subtração não seja possível, recorre-se a uma unidade de ordem imediatamente superior que se reúne à ordem considerada para prosseguir na operação. Complemento aritmético de um número é o que falta a êsse número para formar uma unidade de ordem imediatamente superior à ordem de suas unidades mais elevadas. Provas da subtração: real e dos noves. Cálculo mental da subtração: começar a operação pelas ordens mais elevadas.

QUESTIONÁRIO

Qual a definição de subtração? Quais são os têrmos da subtração? Quais as propriedades da subtração? Como se efetua a subtração? Qual a regra da subtração? Que é complemento aritmético de um número? Quais as provas da subtração? Como se calcula, mentalmente, uma subtração?

EXERCÍCIOS E TESTES

1. Escreva, no lugar dos pontos, os números que completam as igualdades: 37 — (...) = 14; 100 — (...) = 45; 47 — 3 = (...); (...) — 9 = 23.

2. Complete estas frases: *25 dezenas de lápis menos 4 dúzias de lápis são:* .... *Três centos de laranjas menos dez dezenas e meia de laranjas são* .... *110 cadernos menos duas dúzias de cadernos são:* ....

3. Efetue as seguintes subtrações e tire as provas: 45 — 27 = ; 834 — 395 = ; 2 457 — 1 976 = ; 37 245 — 29 876 =

PROBLEMAS RESOLVIDOS

1. Daqui a 8 anos, um menino terá 14 anos. Qual sua idade atual?
Solução — A idade atual do menino é: 14 — 8 = 6 *anos.*

2. Se tivesse mais 24 cruzeiros, poderia comprar um livro de 29 cruzeiros. Quanto tenho?
Solução — Tenho: 29 — 24 = 5 *cruzeiros.*

3. Que número devemos juntar a 51 para obter 69?
Solução — Devemos juntar: 69 — 51 = 18.

4. Luís XIV subiu ao trono em 1643; morreu em 1715. Durante quanto tempo reinou?
Solução — Luís XIV reinou: 1715 — 1643 = 72 *anos.*

5. Um operário que ganha 1 850 cruzeiros por mês, gastou 1 578 cruzeiros. Quanto economizou?
Solução — O operário economizou: 1 850 — 1 578 = 272 *cruzeiros.*

6. Com que idade morreu em 1903 uma pessoa que nasceu em 1827?
Solução — Morreu com a idade de: 1903 — 1827 = 76 *anos.*

7. A soma de dois números é 52 344 e um dêsses números é 16 679. Qual é o outro número?
Solução — O outro número é: 52 344 — 16 679 = 35 665.

8. Que número é preciso tirar de 58 635 para obter 27 113 como resto?
Solução — O número procurado é: 58 635 — 27 113 = 31 522.

MULTIPLICAÇÃO

1. Definição. — *Multiplicação é a operação que tem por fim, dados dois números, repetir um dêles como parcela, tantas vêzes quantas forem as unidades do outro. A multiplicação pode ser considerada como uma soma de parcelas iguais.* Por exemplo, multiplicar 9 por 5 é o mesmo que repetir 9 cinco vêzes. Assim,

$$5 \times 9 = 9 + 9 + 9 + 9 + 9$$

Os números que figuram numa multiplicação chamam-se *fatôres*. O número que se multiplica, isto é, que figura como parcela que vai ser repetida, chama-se *multiplicando;* o número pelo qual êste se multiplica chama-se *multiplicador;* e o resultado da multiplicação tem o nome de *produto*. O sinal da multiplicação é × ou ., que se lê: *multiplicado por* ou *vêzes.* Assim, 7 × 3 lê-se: 7 multiplicado por 3 ou 7 vêzes 3. Quando o multiplicador é número composto aparecem primeiro os *produtos parciais* que, somados, dão o *produto total:*

26	multiplicando	fatôres
15	multiplicador	
130	1.º produto parcial	
26	2.º produto parcial	
390	produto total	

2. Propriedades da multiplicação. — a) *A ordem dos fatôres não altera o produto.* Exemplo:

$$4 \times 2 \times 5 = 40$$
$$2 \times 4 \times 5 = 40$$
$$5 \times 4 \times 2 = 40$$

b) *Num produto de vários fatôres podemos substituir 2 ou mais dêles pelo seu produto efetuado.* Exemplo:

$$4 \times 2 \times 5 = 8 \times 5$$

c) *Num produto podemos substituir um fator por um produto indicado, do mesmo valor.* Exemplo:

$$9 \times 6 = 3 \times 3 \times 6$$

d) *Para multiplicar uma soma por um número, multiplica-se cada uma das parcelas por êsse número.* Exemplo:

$$(8 + 6) \times 3 = 14 \times 3 = 42$$
$$(8 + 6) \times 3 = 8 \times 3 + 6 \times 3 = 24 + 18 = 42$$

e) *Para multiplicar uma diferença por um número, basta multiplicar cada têrmo da diferença por êsse número.* Exemplo:

$$(14 - 8) \times 2 = 6 \times 2 = 12$$
$$(14 - 8) \times 2 = 14 \times 2 - 8 \times 2 = 12$$

f) *Quando se multiplica um dos fatôres de um produto por um número, o produto fica multiplicado por êsse número.* Exemplo:

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times\ 4 \\ \hline 32 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8 \times 3 = 24 \\ 4 \\ \hline 32 \times 3 = 96 \end{array}$$

g) *Para multiplicar uma soma por outra, multiplica-se cada parcela da 1.ª por tôdas as parcelas da 2.ª e somam-se os resultados.* Exemplo:

$$(2 + 4) \times (3 + 5) = 2 \times 3 + 2 \times 5 + 4 \times 3 + 4 \times 5 =$$
$$= 6 + 10 + 12 + 20 = 48$$

h) *O produto é da mesma espécie do multiplicando.* Exemplo:

Cr$ 0,60 × 5 = Cr$ 3,00
8 m × 6 = 48 m

3. **Prática da multiplicação.** — *1.º caso* (multiplicação de dois números de um algarismo): Seja, por exemplo, efetuar a multiplicação 8×4. De acôrdo com a definição, temos:

$$8 \times 4 = 8 + 8 + 8 + 8 = 32$$

Pitágoras, filósofo e matemático grego da Antiguidade

Na prática, fazemos a multiplicação mentalmente, com auxílio da tabuada. Podemos também utilizar, para êsse fim, a *tábua de Pitágoras*. Esta tábua é construída escrevendo-se em uma primeira linha horizontal a sucessão natural dos números de 1 a 9, na segunda linha a soma de cada número da primeira linha com êle mesmo; de um modo geral, cada uma das outras linhas é obtida somando-se os números da linha anterior aos números correspondentes da primeira.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Seja calcular nesta tábua o produto de 8 por 4. Procura-se, na primeira coluna à esquerda, um dos números, por exemplo, o 8, e na primeira coluna acima o outro número, 4. Do número 8, segue-se horizontalmente para a direita e do número 4, verticalmente para baixo. O cruzamento das duas colunas de-

termina o produto de 8 por 4, que é 32, conforme se vê na tábua.

2.º caso (multiplicação de um número composto por um número simples): Seja multiplicar 167 por 5. Multiplica-se cada algarismo do multiplicando 167 pelo multiplicador 5, conduzindo as reservas de cada ordem para a ordem seguinte, como fazemos na adição. Arma-se e efetua-se a multiplicação do seguinte modo:

$$\begin{array}{r} 167 \\ \times\ 5 \\ \hline 835 \end{array}$$

3.º caso (multiplicação de dois números compostos): Seja multiplicar 425 por 248. Regra: "*Para multiplicar um número de vários algarismos por outro de vários algarismos, multiplicam-se sucessivamente as unidades de cada ordem do multiplicando, a partir das unidades simples, pelas unidades de cada ordem do multiplicador, colocando-se cada um dos produtos parciais de modo que o último algarismo da direita fique colocado na mesma coluna que o correspondente do multiplicador; somam-se os produtos parciais obtidos.*" Arma-se e efetua-se a multiplicação do seguinte modo:

$$\begin{array}{r} 425 \\ \times\ 248 \\ \hline 3400 \\ 1700 \\ 850 \\ \hline 105400 \end{array}$$

4. Provas da multiplicação. — a) *Prova real*: Divide-se o produto por um dos fatôres; se a multiplicação estiver certa, a divisão será exata e o quociente igual ao outro fator. b) *Prova dos noves*: 1.º — tiram-se os noves do multiplicando; 2.º — tiram-se os noves do multiplicador; 3.º — multiplicam-se os 2 restos e tiram-se os noves do resultado; 4.º — tiram-se os noves do produto dos números; 4.º — se os 2 últimos resultados forem iguais, a operação estará provàvelmente certa.

5. Cálculo mental da multiplicação. — a) *Começa-se a multiplicação pelas ordens mais elevadas do multiplicando:*

$45 \times 6;\ 40 \times 6 = 240;\ 5 \times 6 = 30;\ 240 + 30 = 270$

b) *Emprêgo dos números redondos:*

$64 \times 98;\ 64 \times 100 = 6400;\ 64 \times 2 = 128;$
$6400 - 128 = 6272$

6. Multiplicação por 10, 100, 1000. — Para multiplicar um número inteiro por 10, isto é, para torná-lo dez vêzes maior, basta acrescentar um zero à sua direita; para multiplicá-lo por 100, isto é, torná-lo cem vêzes maior, basta acrescentar dois zeros à sua direita; e assim por diante. Daí a regra geral: *acrescentam-se tantos zeros à direita do multiplicando quantos forem os do multiplicador*. Exemplos:

$345 \times 10 = 3\,450. \quad 86 \times 100 = 8\,600. \quad 28 \times 1\,000 = 28\,000.$

RESUMO

Multiplicação é a operação que tem por fim, dados dois números, repetir um dêles como parcela, tantas vêzes quantas forem as unidades do outro. O sinal da multiplicação é × ou . . Os números que figuram numa multiplicação chamam-se fatôres. O número que se multiplica chama-se multiplicando; o número pelo qual êste se multiplica chama-se multiplicador; e o resultado da multiplicação, produto. Regra da multiplicação: Para multiplicar um número de vários algarismos por outro de vários algarismos, multiplicam-se sucessivamente as unidades de cada ordem do multiplicando, a partir das unidades simples, pelas unidades de cada ordem do multiplicador, colocando-se cada um dos produtos parciais de modo que o último algarismo da direita fique colocado na mesma coluna que o correspondente do multiplicador; somam-se os produtos parciais obtidos. Provas da multiplicação: real e dos noves. Cálculo mental da multiplicação: a) começa-se a multiplicação pelas ordens mais elevadas do multiplicando; b) empregam-se números redondos.

QUESTIONÁRIO

Que é multiplicação? Que nomes têm os números que figuram numa multiplicação? Quais as propriedades da multiplicação? Como se efetua a multiplicação? Quais as provas da multiplicação? Como se

calcula, mentalmente, uma multiplicação? Como se multiplica um número por 10, 100, 1000 ?

EXERCÍCIOS E TESTES

1. Responda: — *Qual o número 9 vêzes maior do que 145 ?* R. ... — *E o número 27 vêzes maior do que 486 ?* R. .... — *Qual o triplo de 248 ?* R. .... — *E de 873 ?* R. .... — *Qual o quíntuplo de 9 247 ?* R. .....

2. Complete as igualdades: 8 × (...) = 56; (...) × 7 = 49; 8 × (...) = 2 *dúzias*; 8 × (...) = 3 *centenas e* 2 *dezenas.*

3. Preencha as reticências: *90 é o triplo de* (...). *250 é o quíntuplo de* (...:). *360 é o* (...) *de 60. 48 pilhas de 15 livros são* (...) *livros. Oito meios centos de laranjas são* (....) *laranjas.*

4. Coloque o número conveniente no lugar dos pontos: 9 × 15 = 49 + (....). 16 + 30 = 9 × (....) + 1. 12 centenas — 20 dezenas = 100 × (....).

5. Calcule: — *Quantos meses há em três anos e meio?* — *Quantos trimestres há em quatro anos menos três meses?* — *Quantos minutos há em duas horas e meia?* — *Quantos dias há em 120 meses?* — *Quantos meses há em dois séculos e meio?*

6. Sublinhe a resposta certa: — *Meia centena quantas meias dezenas são?* 10 — 50 — 100 — 1000. — *Quatro dúzias quantas unidades são?* 42 — 48 — 52. — *Qual o dôbro da metade de 70 ?* 50 — 60 — 70. — *Quanto são doze vêzes uma dúzia?* 122 — 144 — 244.

7. Arme e efetue as multiplicações: 328 × 479; 1 245 × 35 473; 2 546 × 17 485; 3 837 × 29 345.

8. Calcule as expressões: (45 + 52) × 37; (64 — 38) × 43; (29 + 17 + 34) × 28; (25 + 34) × (48 + 29); (42 + 35 — 19) × 57.

PROBLEMAS RESOLVIDOS

1. Quantas voltas faz, por semana, o ponteiro grande de um relógio ?

Solução — O ponteiro grande de um relógio faz uma volta em uma hora; em uma semana fará, portanto, 7 × 24 *voltas* = 168 *voltas.*

2. Qual o comprimento total de 84 peças de pano, se cada peça tem 65 metros?

Solução — O comprimento total é de: 65 × 84 = 5 460 *metros.*

3. Como se pode, com uma só multiplicação, obter a soma dos produtos 5 × 3, 6 × 3 e 7 × 3 ?

Solução — A soma dos produtos é (5 + 6 + 7) × 3 = 18 × 3 = 54.

4. Um trem que percorre 70 quilômetros por hora, parte de uma cidade ao meio dia e chega a outra cidade às 5 horas da tarde. Calcular a distância entre as duas cidades.

Solução — Do meio dia às 5 horas da tarde há 5 horas; a distância entre as duas cidades é, portanto, a de: 5 × 70 *quilômetros* = 350 *quilômetros.*

5. Um operário ganha 4 cruzeiros por dia e trabalha 24 dias por mês. Que quantia recebe por 5 meses de trabalho?

Solução — O operário recebe: 4 *cruzeiros* × 24 × 5 = 380 *cruzeiros.*

6. Um número tem que ser multiplicado por 28. Como se pode obter o produto fazendo duas multiplicações de um só algarismo?

Solução — Multiplica-se o número dado por 4 e o resultado por 7.

7. Dez operários levaram 4 dias de 12 horas para lavrar um terreno de 5 alqueires. Quantas horas empregaram nesse trabalho?

Solução — Empregaram 12 × 4 = 48 *horas.*

8. Sabendo-se que o som percorre 342 metros por segundo, calcular quantos metros percorrerá em 2 horas.

Solução — Uma hora tem 60 minutos e um minuto tem 60 segundos; logo, o som percorrerá em 2 horas: 60 × 60 × 2 × 342 *metros* = 2 462 400 *metros.*

DIVISÃO

1. Definição. — *Divisão é a operação que tem por fim achar quantas vêzes um número contém outro.* Assim, 36 dividido por 9 dá 4, porque 36 contém 9 quatro vêzes. O número que se divide tem o nome de *dividendo;* o número pelo qual o dividendo é dividido chama-se *divisor;* o resultado da operação tem o nome de *quociente,* e a quantidade que, em algumas operações, fica por dividir chama-se *resto.* O sinal de divisão é ÷ ou :, que se lê: *dividido por.*

Como o quociente multiplicado pelo divisor dá o dividendo, podemos dizer também que a *divisão é a operação que tem por fim, dados o produto de dois números e um dêles, determinar o outro.* Se, por exemplo, 48 é o produto de dois números e 6 é um dêles, o outro será $48 \div 6$. Donde concluirmos que o *produto de dois números dividido por um dêles dá o outro.* Assim, $6 \times 8 = 48$, $48 \div 6 = 8$, $48 \div 8 = 6$. Como se vê, a divisão é a operação inversa da multiplicação.

2. Tipos de divisão. — Chama-se *divisão exata* aquela em que o dividendo contém o divisor um número exato de vêzes. Na divisão exata o dividendo é igual ao produto do divisor pelo quociente. Exemplo:

Dividendo 16 | 2 Divisor
Resto 0 8 Quociente

$$2 \times 8 = 16$$

Numa divisão exata o dividendo é *múltiplo* do divisor, e o divisor é *fator* do dividendo.

Chama-se *divisão não exata* ou *divisão com resto* aquela em que o dividendo não contém exatamente o divisor; aparece

um resto que é sempre menor que o divisor. Na divisão com resto o dividendo é igual ao produto do quociente pelo divisor, somado com o resto. Exemplo:

20 | 6
2 3

$$3 \times 6 + 2 = 20$$

3. Propriedades da divisão. — a) *Multiplicando-se ou dividindo-se o dividendo e o divisor pelo mesmo número, o quociente não se altera, mas o resto fica multiplicado ou dividido por êsse número.* Exemplo:

15 | 6 — 3 2
$15 \times 2 = 30$
$6 \times 2 = 12$
$3 \times 2 = 6$
30 | 12 — 06 2

b) *Quando se multiplica o dividendo de uma divisão exata por um número, o quociente fica multiplicado por êsse número.* Exemplo:

24 | 8 — 0 3
$24 \times 5 = 120$
$3 \times 5 = 15$
120 | 8 — 40 15 — 0

c) *Quando se divide o dividendo de uma divisão exata por um número, o quociente fica dividido por êsse número.* Exemplo:

24 | 3 — 0 8
$24 \div 2 = 12$
$8 \div 2 = 4$
12 | 3 — 0 4

d) *Quando se multiplica o divisor de uma divisão exata por um número, o quociente fica dividido por êsse número.* Exemplo:

48 | 6 — 0 8
$6 \div 2 = 12$
$8 \div 2 = 4$
48 | 12 — 00 4

e) *Quando se divide o divisor de uma divisão exata por um número, o quociente fica multiplicado por êsse número.* Exemplo:

48 | 6	$6 \div 2 = 3$		48 | 3	
0 8	$8 \times 2 = 16$		0 16	

f) *Para dividir um número por outro, basta dividi-lo sucessivamente pelos fatôres do segundo.* Exemplo:

$$48 \div 24 = 2$$
$$48 \div 2 \div 2 \div 2 \div 2 \div 3 = 2$$

g) *Para dividir uma soma por um número, basta dividir cada uma das parcelas por êsse número.* Exemplo:

$$(12 + 8) \div 4 = 5$$
$$(12 + 8) \div 4 = 12 \div 4 + 8 \div 4 = 3 + 2 = 5$$

h) *Para dividir uma diferença por um número, basta dividir cada têrmo da diferença por êsse número.* Exemplo:

$$(21 - 14) \div 7 = 1$$
$$(21 - 14) \div 7 = 21 \div 7 - 14 \div 7 = 3 - 2 = 1$$

i) *Para dividir um produto de vários fatôres por um número, basta dividir um dos fatôres por êsse número.* Exemplo:

$$(14 \times 6) \div 2 = 42$$
$$(14 \times 6) \div 2 = 14 \div 2 \times 6 = 42$$

j) *O resto é sempre da mesma espécie do dividendo.*

l) *O quociente é da espécie do dividendo quando os têrmos da divisão são heterogêneos.*

4. Prática da divisão. — *1.° caso* (o divisor é um número simples e o dividendo vale menos que dez vêzes o divisor). Exemplo: Seja dividir 42 por 7. Usando a multiplicação, encontramos $6 \times 7 = 42$. Logo $42 \div 7 = 6$.

Outro exemplo: Seja dividir 41 por 5. Não há nenhum número que multiplicado por 5 dê 41 exatamente. Como, porém, 5×8 dá menos que 41 e 5×9 dá mais que 41, dizemos que $41 \div 5$ dá quociente 8 e deixa o resto de uma unidade. 8 é chamado *quociente por falta;* 9 seria o *quociente por excesso.*

2.° caso (divisão de dois números quaisquer). *Regra:* a) Escreve-se o divisor à direita do dividendo, separado por um risco, sublinha-se o divisor e, sob o risco, escreve-se o quociente; b) Separam-se, no dividendo, tantos algarismos quantos contém o divisor, e mais um ainda, se o número formado pelos algarismos separados fôr menor que o divisor. Êste número é o primeiro dividendo parcial; c) Acha-se quantas vêzes o divisor está contido no primeiro dividendo parcial, e o resultado escreve-se no quociente; d) Multiplica-se o divisor pelo número achado e o produto subtrai-se do dividendo; o resto, junto com o algarismo seguinte do dividendo, forma um novo dividendo parcial. Assim se continua, até serem divididas tôdas as ordens do dividendo total.

Exemplos: a) Seja dividir 486 por 3:

Dividendo..........	486	3	Divisor
	3	162	Quociente
2.° Dividendo parcial	18		
	18		
3.° Dividendo parcial	006		
	6		
	000		

b) Seja dividir 6 495 por 25:

Dividendo..........	6495	25	Divisor
	50	259	Quociente
2.° Dividendo parcial	149		
	125		
3.° Dividendo parcial	0245		
	225		
Resto	020		

5. Provas da divisão. — a) *Prova real*: Multiplica-se o divisor pelo quociente; junta-se ao produto o resto, se houver; se o resultado fôr igual ao dividendo, a divisão estará certa. b) *Prova dos noves*: 1.° — Tiram-se os noves do divisor e depois do quociente; 2.° — Multiplicam-se os dois restos assim obtidos e tiram-se os noves do resultado; 3.° — O resto assim obtido é somado aos algarismos do resto da divisão e, tirando-se os noves do dividendo, deve-se encontrar um resto igual ao precedente, se a divisão estiver certa.

6. Cálculo mental da divisão. — a) *Divisão efetuada pela multiplicação:*

1) *Divisão por 5, 50, 500, ...* — Multiplica-se por 2 e suprimem, no produto, a partir da direita, 1, 2, 3,... zeros. Exemplos:

$75 \div 5$; $75 \times 2 = 150$; $150 \div 10 = 15$
$16850 \div 50$; $16850 \times 2 = 33700$; $33700 \div 100 = 337$

2) *Divisão por 25, 250, 2500, ...* — Multiplica-se por 4 e suprimem-se, no produto, a partir da direita, 2, 3, 4, ... zeros. Exemplos:

$9675 \div 25$; $9675 \times 4 = 38700$; $38700 \div 100 = 387$
$476500 \div 250$; $476500 \times 4 = 1906000$; $1906000 \div 1000 = 1906$

b) *Processo das divisões sucessivas*: Divide-se o dividendo pelos fatôres do divisor, um após outro. Exemplos:

$360 \div 15 = 360 \div (3 \times 5)$; $360 \div 3 = 120$; $120 \div 5 = 24$. (*)

7. Divisão por 10, 100, 1000. — Para dividir um número inteiro, terminado em zero ou zeros, por 10, 100, 1000, basta suprimir à direita do dividendo tantos zeros quantos são os do divisor. Exemplos:

$30 \div 10 = 3$. $400 \div 100 = 4$. $276000 \div 1000 = 276$.

(*) Nicanor Lemgruber e Roberto Peixoto, "*Matemática*".

RESUMO

Divisão é a operação que tem por fim achar quantas vêzes um número contém o outro. O sinal de divisão é ÷ ou : . O número que se divide tem o nome de dividendo; o número pelo qual o dividendo é dividido chama-se divisor; o resultado da operação tem o nome de quociente, e a quantidade que, às vêzes, fica por dividir chama-se resto. As divisões podem ser: exatas e não exatas ou com resto. Regra da divisão: a) Escreve-se o divisor à direita do dividendo, separado por um risco, sublinha-se o divisor e, sob o risco, escreve-se o quociente; b) Separam-se, no dividendo, tantos algarismos quantos contém o divisor, e mais ainda, se o número formado pelos algarismos separados fôr menor que o divisor; êste número é o primeiro dividendo parcial; c) Acha-se quantas vêzes o divisor está contido no primeiro dividendo parcial, e o resultado escreve-se no quociente; d) Multiplica-se o divisor pelo número achado e o produto subtrai-se do dividendo; o resto junto com o algarismo seguinte do dividendo forma um novo dividendo parcial. Assim se continua, até serem divididas tôdas as ordens do dividendo total. Provas da divisão: real e dos noves. Cálculo mental da divisão: a) pela multiplicação; b) por divisões sucessivas.

QUESTIONÁRIO

Que é divisão? Que nomes têm os números que figuram numa divisão? Quais as propriedades da divisão? Como se efetua a divisão? Quais as provas da divisão? Como se calcula, mentalmente, uma divisão? Como se divide um número por 10, 100, 1 000 ?

EXERCÍCIOS E TESTES

1. Efetue: 587 ÷ 29 = ; 1 265 ÷ 84 = ; 6 937 ÷ 234 = ; 47 352 ÷ 475 = .

2. Complete:
   a) Quociente × divisor + ... = dividendo.
   b) .... ÷ 5 = 19 753.
   c) 45 × .... = 1 080.
   d) 37 × .... = 1 702.

3. Sublinhe a resposta certa:
   a) A 4.ª parte da metade de 80: 10 — 20 — 30.
   b) Em 236 se se tirar o algarismo 3, quantas dezenas há? 2 — 26 — 6.

4. Escreva a resposta nos parênteses:
   a) Dividir o triplo de 4 259 por 97 e escrever o resto, se houver: (........).
   b) A quinta parte de meio milheiro de laranjas é (........) laranjas.

c) Comprei com 5 000 cruzeiros (......) carneiros a 250 cruzeiros cada um.

PROBLEMAS RESOLVIDOS

1. Quantas semanas há em 1 460 dias?

Solução — 1 460 ÷ 7 = 208 *semanas e 4 dias.*

2. Um tio deixou metade de sua fortuna para 3 sobrinhos e a outra metade para 2 sobrinhas. Qual será a importância que caberá a cada pessoa, sabendo-se que a fortuna do tio é de 115 800 cruzeiros?

Solução — A metade da fortuna é:

Cr$ 115 800,00 ÷ 2 = Cr$ 57 900,00

A parte de cada sobrinho será três vêzes menor ou

Cr$ 57 900,00 ÷ 3 = Cr$ 19 300,00

E a parte de cada sobrinha será a metade de Cr$ 57 900,00 *ou*

Cr$ 57 900,00 ÷ 2 = Cr$ 28 950,00

3. Um operário recebe Cr$ 59,50 por 14 dias de trabalho. Depois de quantos dias receberá Cr$ 416,50 ?

Solução — O operário ganha: Cr$ 59,50 ÷ 14 = Cr$ 4,25 *por dia.*
Receberá Cr$ 416,50 *depois de:* Cr$ 416,50 ÷ Cr$ 4,25 = 98 *dias.*

4. Um livro contém 786 240 letras. Quantas páginas tem, se cada uma consta de 35 linhas de 48 letras ?

Solução — Cada página consta de: 48 × 35 = 1 680 *letras.*
O livro tem 786 240 ÷ 1 680 = 468 *páginas.*

5. Uma família consome 9 litros de vinho por semana. Quanto tempo levará para consumir 220 litros, sabendo-se que há nesse vinho 4 litros alterados, que, por isso, não podem ser utilizados ?

Solução — Número de litros utilizados: 220 — 4 = 216 *litros.*
Número de semanas em que os 216 litros serão consumidos: 216 ÷ 9 = 24 *semanas.*

6. Nove metros de fazenda custaram 117 cruzeiros. Quanto se teria pago se tivesse sido comprado mais 1 metro ?

Solução — Cada metro de fazenda custou: 117 ÷ 9 = 13 *cruzeiros.*
Se tivessem sido comprados 10 metros, ter-se-ia pago: 13 × 10 = 130 *cruzeiros.*

7. Um chapeleiro compra seus chapéus a 9 cruzeiros cada um e os revende por 12 cruzeiros. Quantos chapéus vendeu se conseguiu um lucro de 165 cruzeiros ?

Solução — Lucro em cada chapéu: 12 — 9 = 3 *cruzeiros.*
Número de chapéus vendidos: 165 ÷ 3 = 55 *chapéus.*

8. Um negociante pagou 85 cruzeiros por 9 metros de fazenda. Por quanto deverá vender o metro dessa fazenda para conseguir um lucro de 32 cruzeiros sôbre o total da fazenda ?

Solução — Preço de venda de tôda a fazenda: 85 + 32 = 117 *cruzeiros.*
Preço de cada metro: 117 ÷ 9 = 13 *cruzeiros.*

9. Um trem deve percorrer 215 quilômetros em 7 horas. Durante as 4 primeiras horas êle percorreu 186 quilômetros. Qual a distância que deve percorrer durante cada uma das 3 últimas horas ?

Solução — Durante as 3 últimas horas o trem deve percorrer: 315 *quilômetros* — 186 *quilômetros* = 129 *quilômetros.*
Se em 3 horas percorreu 129 *quilômetros, em* 1 *hora percorrerá* 3 *vêzes menos ou:* 129 *quilômetros* ÷ 3 = 43 *quilômetros.*

10. Um operário ganha 5 000 cruzeiros por ano e quer economizar 620 cruzeiros. Quanto pode gastar por mês? E por dia?

Solução — Êsse operário pode gastar por ano: 5 000 *cruzeiros* — 620 *cruzeiros* = 4 380 *cruzeiros. Em cada mês poderá gastar* 12 *vêzes menos ou:* 4 380 *cruzeiros* ÷ 12 = 365 *cruzeiros. E, em cada dia, poderá gastar* 365 *vêzes menos ou:* 4 380 ÷ 365 = 12 *cruzeiros.*

POTENCIAÇÃO

1. Definição. — *Potência de um número é um produto de fatôres iguais a êsse número.* Assim, $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ é uma potência de 3. *Potenciação é uma operação que tem por fim achar a potência de um número.* É uma multiplicação de fatôres iguais. Exemplo: $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$. O número que se repete como fator é a *base*. O número que indica quantas vêzes o fator foi repetido é o *expoente*.

Grau da potência é o número de fatôres iguais repetidos. É o número indicado pelo expoente. A potência de 2.º grau ou 2.ª potência chama-se *quadrado*. A potência do 3.º grau ou 3.ª potência chama-se *cubo*. A 1.ª potência não se indica com expoente — é o próprio número. Assim, por exemplo, a 1.ª potência de 5 é 5; a 2.ª potência de 5 é $5 \times 5 = 5^2$ ou cinco ao quadrado; a 3.ª potência de 5 é $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ ou cinco ao cubo. As potências de grau superior não têm denominação especial; são chamadas 4.ª potência, 5.ª potência, 6.ª potência etc.

2. Propriedades da potenciação. — a) *Para multiplicar potências da mesma base, conserva-se a base e somam-se os expoentes.* Exemplo:

$$3^2 \times 3^3 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$$

ou

$$3^2 \times 3^3 = 3^{2+3} = 3^5$$

b) *Para dividir as potências da mesma base, subtraem-se os expoentes.* Exemplo:

$$4^6 \div 4^2 = \frac{4^6}{4^2} = \frac{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4}{4 \times 4} = 4^4$$

ou

$$4^6 \div 4^2 = 4^{6-2} = 4^4$$

c) *Para elevar um produto a uma potência, basta elevar cada fator a essa potência.* Exemplo:

$$(5 \times 3)^3 = 5 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5 \times 3 = 5^3 \times 3^3$$

d) *Para elevar uma potência a outra potência, multiplicam-se os expoentes.* Exemplo:

$$(6^3)^4 = 6^3 \times 6^3 \times 6^3 \times 6^3 = 6^{12}$$

ou

$$(6^3)^4 = 6^{3 \times 4} = 6^{12}$$

3. Prática da potenciação. — a) Seja elevar 3 a 6.ª potência, isto é, efetuar 3^6. De acôrdo com a definição, teremos que repetir 3 como fator 6 vêzes:

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times\ 3 \\ \hline 9 \\ \times\ 3 \\ \hline 27 \\ \times\ 3 \\ \hline 81 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 81 \\ \times\ 3 \\ \hline 243 \\ \times\ 3 \\ \hline 729 \end{array}$$

$$3^6 = 729$$

b) Seja elevar 5 à 9.ª potência, isto é, efetuar 5^9:

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times\ 5 \\ \hline 25 \\ \times\ 5 \\ \hline 125 \\ \times\ 5 \\ \hline 625 \\ \times\ 5 \\ \hline 3125 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3125 \\ \times\ 5 \\ \hline 15625 \\ \times\ 5 \\ \hline 78125 \\ \times\ 5 \\ \hline 390625 \\ \times\ 5 \\ \hline 1953125 \end{array}$$

$$5^9 = 1\,953\,125$$

Paramos no resultado 1 953 125, pois até aí já foram empregados *nove fatôres* 5.

c) Seja elevar 10 à 5.ª potência. Uma potência de 10 é igual à unidade seguida de um número de zeros igual ao seu grau. Com efeito, fazendo os cálculos, teremos:

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times\ 10 \\ \hline 100 \\ \times\ 10 \\ \hline 1000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1000 \\ \times\ 10 \\ \hline 10000 \\ \times\ 10 \\ \hline 100000 \end{array}$$

10^5 é, portanto, igual a 100 000 — o que já era de esperar, pois, para cada multiplicação efetuada acrescentamos um zero. Assim, podemos escrever, sem calcular:

$$10^2 = 100$$
$$10^3 = 1\,000$$
$$10^4 = 10\,000$$
$$10^9 = 1\,000\,000\,000$$

RESUMO

Potência de um número é um produto de fatôres iguais a êsse número. Potenciação é uma operação que tem por fim achar a potência de um número. O número que se repete como fator é a base. O número que indica quantas vêzes o fator foi repetido é o expoente. Grau da potência é o número de fatôres iguais repetidos. A potência do 2.º grau chama-se quadrado, e a do 3.º grau chama-se cubo. Efetua-se a potência de um número fazendo-se multiplicações sucessivas, sempre pelo mesmo número que é a base.

QUESTIONÁRIO

Que é potência de um número? Que é potenciação? Que é base? E expoente? E grau da potência? Qual o nome da potência de 2.º grau? E da potência de 3.º grau? Quais as propriedades da potenciação? Como se efetua a potenciação?

EXERCÍCIOS E TESTES

1. Complete: *Potência de um número é* .... *Potenciação é* ....

2. Sublinhe o cubo de 7: $7^4 - 7^6 - 7^3 - 7^2 - 7^8 - 7^{12}$. Agora, sublinhe o quadrado de 9: $9^5 - 9^3 - 9^{11} - 9^2 - 9^4 - 9^9$.

3. Efetue: 5^4; 8^3; 12^5; 15^2; 38^6; 129^7; 385^8.

4. Calcule as expressões: $2^3 + 5^5 + 8^2$; $18^4 - 6^2$; $5^9 \div 5^3$; $(8 \times 4)^2$; $(9^3)^5$.

DIVISIBILIDADE

1. Divisibilidade. — Um número é divisível por outro quando a divisão se faz exatamente, isto é, sem deixar resto. Todo número divisível por outro chama-se *múltiplo* dêste outro. Assim, 36 é múltiplo de 9, porque $36 \div 9 = 4$.

O número que divide exatamente outro chama-se *submúltiplo*, *divisor* ou *fator* dêste outro. Exemplo: 6 e 7 são um e outro *divisores*, *fatôres* e *submúltiplos* de 42. Quando um número não admite outro divisor, além de si próprio e da unidade, êle se diz *primo*. Assim, 19 é um *número primo*, porque sòmente é divisível por 1 e por 19.

2. Caracteres de divisibilidade. — São certas regras que nos permitem verificar, sem efetuar a divisão, se um número é exatamente divisível por outro. Vejamos os caracteres de divisibilidade:

Por 2. — *Um número é divisível por 2 quando é par, isto é, quando termina em 0, 2, 4, 6 ou 8.* Exemplo: 348 é divisível por 2 porque é par.

Por 5. — *Um número é divisível por 5, quando termina em 5 ou 0.* Exemplo: 245 é divisível por 5 porque termina em 5; 730 é divisível por 5 porque termina em 0.

Por 10, 100, 1000... — *Um número é divisível por 10, 100, 1000..., quando termina em um, dois, três... ou mais zeros.* Exemplo: 580 é divisível por 10 porque termina em 0; 24 000 é divisível por 1 000 porque termina em três zeros.

Por 3. — *Um número é divisível por 3, quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos é divisível por 3.* Exemplo: 54 é divisível por 3, porque $5 + 4 = 9$, e 9 é divisível por 3.

Por 9. — *Um número é divisível por 9, quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos é divisível por 9.* Exemplo: 3 798 é divisível por 9, porque 3 + 7 + 9 + 8 = 27, e 27 é divisível por 9. (1)

Por 4. — *Um número é divisível por 4, quando termina em dois zeros ou quando o número formado pelos dois últimos algarismos da direita é divível por 4.* Exemplo: 500 é divisível por 4, porque termina em dois zeros; 916 é divisível por 4, porque termina em 16, e 16 é divisível por 4.

Por 8. — *Um número é divisível por 8, quando termina em três zeros ou quando o número formado pelos três últimos algarismos da direita é divisível por 8.* Exemplo: 67 000 é divisível por 8, porque termina em três zeros; 9 824 é divisível por 8, porque 824 é divisível por 8.

Por 6. — *Um número é divisível por 6, quando é divisível por 2 e por 3.* Exemplo: 1 950 é divisível por 2 e por 3, logo é divisível por 6.

Por 11. — *Um número é divisível por 11, quando a soma dos valores absolutos dos algarismos de ordem ímpar, menos a soma dos valores absolutos dos algarismos de ordem par dá 0, 11 ou múltiplo de 11.* "Começando pela direita de um número, o primeiro algarismo pertence à ordem ímpar, o segundo à ordem par; o terceiro à ordem ímpar, o quarto à ordem par, e assim por diante". Exemplo: O número 48 642 é divisível por 11, por que a soma dos seus algarismos de ordem ímpar (2 + 6 + 4 = 12) é igual à soma dos seus algarismos de ordem par (4 + 8 = 12).

Nota — Se da soma dos algarismos de ordem ímpar não se puder subtrair a soma dos algarismos de ordem par, acrescentam-se àquela tantos 11 quantos forem necessários para que seja possível a subtração.

RESUMO

Todo número divisível por outro chama-se *múltiplo* dêste outro. Todo número que divide exatamente outro chama-se *submúltiplo, fator* ou *divisor* dêste outro. Um número é divisível por 2 quando é par. Um número é divisível por 5 quando termina em 0 ou 5. Um número é di-

(1) Na prática, aplica-se geralmente a operação dos *noves fora*, que consiste em subtrair 9, cada vez que a soma dos algarismos lhe fôr superior.

visível por 10 quando termina em 0. Um número é divisível por 3 quando a soma dos seus algarismos é divisível por 3. Um número é divisível por 9 quando a soma dos seus algarismos é divisível por 9. Um número é divisível por 4 quando termina em dois zeros ou quando o número formado pelos dois últimos algarismos da direita é divisível por 4. Um número é divisível por 8 quando termina em três zeros ou quando o número formado pelos três últimos algarismos da direita é divisível por 8. Um número é divisível por 6 quando é divisível por 2 e por 3. Um número é divisível por 11 quando a soma dos algarismos de ordem ímpar menos a soma dos algarismos de ordem par dá 0, 11 ou múltiplo de 11.

QUESTIONÁRIO

Que é número múltiplo de outro? E submúltiplo ou fator? Que é número primo? Que são caracteres de divisibilidade? Quando um número é divisível por 2 ? E por 5 ? E por 10 ? E por 3 ? E por 9 ? E por 4 ? E por 8 ? E por 6 ? E por 11 ?

EXERCÍCIOS E TESTES

1. Complete: *Um número é divisível por outro quando* ....
2. Sublinhe o que completar a frase: *Todo número divisível por outro chama-se: (fator — múltiplo — número primo).*
3. Complete, sôbre os pontinhos, de modo que os números obtidos sejam divisíveis por 3: 4..5, 7..9, 5..0.
4. Substitua a letra *a* por algarismos, de modo que os números resultantes sejam divisíveis por 5: 85a, 74a, 93a.
5. Ache os divisores dos seguintes números por meio dos caracteres de divisibilidade: 90, 135, 309, 346, 4 576.
6. Examine os seguintes números: 72, 87, 106, 151, 226, 245, 945, 4 464, 7 084, 82 940, e indique: 1.º — os que são múltiplos de 2, 3, 5, 9 e 10, dando a razão; 2.º — os que não o são, dizendo o motivo.

PROBLEMAS RESOLVIDOS

1. Quais os quatro múltiplos de 11, compreendidos entre 25 e 70 ?
Resposta: 33, 44, 55 e 66.
2. Dentre os números 2 245, 1 980, 4 055 e 26 311, qual o divisível, ao mesmo tempo, por 3, 4 e 11 ?
Resposta: 1 980.
3. Quais os múltiplos de 12 maiores do que 150 e menores do que 200 ?
Resposta: 156, 168, 180 e 197.
4. Dentre os números 147, 385, 7 491 e 504, quais são os múltiplos de 21 ?
Resposta: 147 e 504.
5. Qual o menor número divisível por 4, 5 e 9 ?
Resposta: 180.
6. Quais os dois submúltiplos de 72, compreendidos entre 10 e 30 ?
Resposta: 18 e 24.

NÚMEROS PRIMOS

1. **Números primos.** — São aquêles que sòmente são divisíveis por si mesmos e pela unidade. Exemplo: 5, 7 e 11 são números primos. O número que não é primo é divisível por outros números diferentes dêle mesmo e da unidade; é um *múltiplo* dêsses outros números. Exemplo: 27 é divisível por 3 e 9; logo, não é primo, e sim múltiplo de 3 e 9.

Números primos entre si são os que têm para divisor comum a unidade; 12 e 15 são primos entre si, porque só têm para divisor comum a unidade. Dois números primos são sempre primos entre si: 7 e 9 são números primos, logo são primos entre si. Dois números consecutivos são sempre primos entre si: 17 e 18 são números consecutivos, logo são primos entre si.

Para reconhecer se um número é primo, basta dividi-lo, sucessivamente, pela série natural dos números primos (2, 3, 5, 7, 11, etc.) até que o quociente seja menor que o divisor; se tôdas as divisões deixarem resto, o número será primo.

Eratóstenes, geógrafo e matemático grego da Antiguidade

2. **Tábua dos números primos.** — Podemos organizar uma tábua de números primos na qual figurem todos os números primos até um número dado. Essa tábua pode ser obtida com o auxílio do *crivo de Eratóstenes*, que era como se chamava o sábio grego que o inventou. Para isso, aplica-se a seguinte regra:

Escreve-se a série natural dos números inteiros até um certo número. Começando de 2 e com exclusão dêste, riscamos todos os números pares. A partir de 3, com exclusão dêste, riscamos todos os números de 3 em 3 e teremos assim

cancelado todos os múltiplos de 3 (entre os múltiplos de 3 alguns já foram cancelados como múltiplos de 2, o que não altera a operação). Não precisamos cancelar os números de 4 em 4, de 6 em 6, de 8 em 8, etc., porque já foram cancelados todos os números pares, entre os quais figuram os múltiplos de 4, 6, 8, etc. A partir de 5 riscamos do mesmo modo todos os múltiplos de 5 em 5; e assim por diante.

Os números riscados são os *múltiplos* e os não riscados, os *primos*. Procuremos achar, por exemplo, os números primos até 225. Aplicando a regra acima, teremos:

1	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~	11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~
~~18~~	17	~~18~~	19	~~20~~	~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~	41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~
~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~	~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~	71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~
~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~	~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~	101	~~102~~	103	~~104~~	~~105~~
~~106~~	107	~~108~~	109	~~110~~	~~111~~	~~112~~	113	~~114~~	~~115~~	~~116~~	~~117~~	~~118~~	~~119~~	~~120~~
~~121~~	~~122~~	~~123~~	~~124~~	~~125~~	~~126~~	127	~~128~~	~~129~~	~~130~~	131	~~132~~	~~133~~	~~134~~	~~135~~
~~136~~	137	~~138~~	139	~~140~~	~~141~~	~~142~~	~~143~~	~~144~~	~~145~~	~~146~~	~~147~~	~~148~~	149	~~150~~
151	~~152~~	~~153~~	~~154~~	~~155~~	~~156~~	157	~~158~~	~~159~~	~~160~~	~~161~~	~~162~~	163	~~164~~	~~165~~
~~166~~	167	~~168~~	~~169~~	~~170~~	~~171~~	~~172~~	173	~~174~~	~~175~~	~~176~~	~~177~~	~~178~~	179	~~180~~
181	~~182~~	~~183~~	~~184~~	~~185~~	~~186~~	~~187~~	~~188~~	~~189~~	~~190~~	191	~~192~~	193	~~194~~	~~195~~
~~196~~	197	~~198~~	199	~~200~~	~~201~~	~~202~~	~~203~~	~~204~~	~~205~~	~~206~~	~~207~~	~~208~~	~~209~~	~~210~~
211	~~212~~	~~213~~	~~214~~	~~215~~	~~216~~	~~217~~	~~218~~	~~219~~	~~220~~	~~221~~	~~222~~	223	~~224~~	~~225~~

3. **Decomposição em fatôres primos.** — Decompor um número em seus fatôres primos é determinar os fatôres primos que, multiplicados entre si, reproduzem o número dado. Para decompor um número em seus fatôres primos, é preciso: a) Dividir êsse número pelo menor dos seus divisores; b) Fa-

zer o mesmo para o quociente, e assim por diante, até obter-se um quociente igual a 1. Os divisores são fatôres primos do número considerado.

Exemplo: Seja decompor 420 em seus fatôres primos:

Dividindo 420 por 2, vem o quociente 210.
Dividindo 210 por 2, vem o quociente 105.
Dividindo 105 por 3, vem o quociente 35.
Dividindo 35 por 5, vem o quociente 7.
Dividindo 7 por 7, vem o quociente 1.

420	2
210	2
105	3
35	5
7	7
1	

O número $420 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$ ou $2^2 \times 3 \times 5 \times 7$.

RESUMO

Números primos são os que só são divisíveis por si mesmos e pela unidade. Números primos entre si são os que têm para divisor comum a unidade. Para reconhecer se um número é primo basta dividi-lo pela série natural dos números primos; se tôdas as divisões deixarem resto, o número será primo. Podemos organizar uma tábua de números primos por meio do crivo de Eratóstenes. Para decompor um número em seus fatôres primos, é preciso: dividir êsse número pelo menor dos seus divisores; fazer o mesmo para o quociente, e assim por diante até obter-se um quociente igual a 1.

QUESTIONÁRIO

Que são números primos? Que são números primos entre si? Como reconhecer se um número é primo? Como se organiza a tábua dos números primos? Que é decompor um número em seus fatôres primos? Como se decompõe um número em seus fatôres primos?

EXERCÍCIOS E TESTES

1. Complete: *Números primos são aquêles que*.................. *Números primos entre si são os que*..................
2. Sublinhe, nos parênteses, o que completar a frase: *Para reconhecer se um número é primo devemos* .... *pela série natural dos números primos* (*somá-lo — dividi-lo — multiplicá-lo*).
3. Decomponha em seus fatôres primos os números: 450, 840, 2 016, 3 584, 5 790, 68 545, 76 290.
4. Decomponha $25 \times 36 \times 58 =$ em seus fatôres primos.
5. Decomponha $16^4 + 28^2 + 32^3 =$ em seus fatôres primos.
6. Decomponha, mentalmente, em seus fatôres primos os números: 15, 21, 27, 36 e 45.

PROBLEMAS RESOLVIDOS

1. Qual o menor número pelo qual se deve multiplicar 192, para se obter um produto múltiplo de 80?
Resposta: 5.
2. Quais são os fatôres primos comuns a 120, 126 e 180?
Resposta: 2 e 3.
3. Quantos divisores tem o número 324?
Resposta: 15.
4. Quais são os fatôres primos comuns a 264, 792, 660 e 924?
Resposta: 2, 3 e 11.
5. Quantos divisores comuns têm 494 e 663? Quais são êles?
Resposta: 2 divisores: 13 e 1.
6. Verificar, pela decomposição em fatôres primos, se o número 720 é divisível por 45.
Resposta: É divisível.

MÁXIMO DIVISOR COMUM

1. Divisor comum. — É o número que divide exatamente dois ou mais números. Assim, 2 é divisor comum de 4 e 12; 5 é divisor comum de 40 e 65. O divisor comum é também chamado *fator comum*.

Máximo divisor comum de dois ou mais números é o maior número que divide exatamente os números dados. Assim, 2, 4 e 8 são divisores comuns de 16 e 24, mas 8 é o máximo divisor comum daqueles dois números. Costuma-se indicar o máximo divisor comum pelas iniciais: *m.d.c.*

2. Determinação do máximo divisor comum. — Há dois processos para achar o m.d.c. de dois ou mais números: a) *das divisões sucessivas;* b) *da decomposição em fatôres primos.*

a) *Processo das divisões sucessivas.* — Para achar o m.d.c. por êste processo, divide-se o número maior pelo menor, depois o menor pelo primeiro resto; em seguida, o primeiro resto pelo segundo, e assim sucessivamente até que a divisão não deixe resto; o último divisor será o m.d.c.

Exemplo: Seja calcular o m.d.c. de 324 e 132:

	2	2	5	Linha dos quocientes
324	132	60	12	Linha dos divisores
60	12	0		Linha dos restos

Quando, por êste processo, se quer achar o m.d.c. de 3 ou mais números, procura-se o m.d.c. dos 2 números maiores, depois o m.d.c. do terceiro número e do m.d.c. achado, e assim sucessivamente; o último divisor será o m.d.c. dos números dados.

b) *Processo da decomposição em fatôres primos.* — Para achar o m.d.c. de dois ou mais números por êste processo, decompõe-se cada um dos números dados em seus fatôres primos, e depois forma-se o produto continuado de todos os fatôres primos *comuns* a êsses números, tomados, respectivamente, com o *menor expoente;* o resultado será o m.d.c. procurado.

Exemplo: Determinar o m.d.c. de 80, 120 e 180. Decompondo cada um dêstes números em seus fatôres primos, teremos:

$$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 2^4 \times 5$$
$$120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3 \times 5$$
$$180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

Os fatôres primos comuns elevados ao menor expoente são 2 e 5, e como o m.d.c. é *o produto de todos os fatôres primos comuns elevados ao menor expoente,* temos: o m.d.c. de 80, 120 e 180 é: $2^2 \times 5 = 20$.

Quando se encontra a unidade como m.d.c. de dois ou mais números é porque êsses números são primos entre si. *Números primos entre si* são, como vimos, os que têm como *único divisor comum* a unidade. Dados dois números, se o maior contiver o menor será êste o m.d.c. dêsses números.

3. Propriedades do máximo divisor comum. — a) *Quando se divide 2 ou mais números pelo seu m.d.c., os quocientes encontrados são primos entre si.* Exemplo: Os quocientes $12 \div 6 = 2$ e $18 \div 6 = 3$ são primos entre si, porque 6 é o m.d.c. de 12 e 18.

b) *Quando multiplicamos ou dividimos dois ou mais números por um número dado, o seu m.d.c. também fica multiplicado ou dividido por êsse número.* Exemplo: O m.d.c. de 12 e 18 é 6; o m.d.c. de $12 \times 2 = 24$ e de $18 \times 2 = 36$ é 12.

c) *Dados dois números, se um fôr divisível pelo outro, o menor dêles será o m.d.c. dos dois.* Exemplo: 48 é divisível por 12; logo, 12 é o m.d.c. entre 48 e 12.

d) *Todo divisor comum entre dois números é também divisor do m.d.c. dêsses números.* Exemplo: 2 é divisor de 18 e 24; 2 é também divisor de 6, que é o m.d.c. de 18 e 24.

RESUMO

Divisor comum é o número que divide exatamente 2 ou mais números. Máximo divisor comum é o maior número que divide exatamente 2 ou mais números. Há 2 processos para achar o m.d.c. de 2 ou mais números: o das divisões sucessivas e o da decomposição em fatôres primos. Quando se dividem 2 ou mais números pelo seu m.d.c. os quocientes encontrados são primos entre si. Quando multiplicamos ou dividimos 2 ou mais números por um número dado, o seu m.d.c. fica também multiplicado ou dividido por êsse número. Dados 2 números, se um fôr divisível pelo outro, o menor dêles será o m.d.c. dos dois. Todo divisor comum entre 2 números é também divisor do m.d.c. dêsses números.

QUESTIONÁRIO

Que é divisor comum de dois ou mais números? Que é máximo divisor comum de dois ou mais números? Quais os processos para achar o m.d.c. de dois ou mais números? Quais as propriedades do m.d.c.?

EXERCÍCIOS E TESTES

1. Complete: *Divisor comum é*.................................. *Máximo divisor comum é* ....

2. Sublinhe o que completar a frase: *Os processos para achar o m.d.c. são: (das subtrações alternadas — das divisões sucessivas — das somas contínuas — da decomposição em fatôres primos).*

3. Escreva as respostas nos parênteses: — *Qual o m..d.c. de dois números consecutivos?* (............). — *Qual o m.d.c. de dois números múltiplos?* (............). — *Qual o m.d.c. de dois números primos entre si?* (............).

4. Determine, pelas divisões sucessivas, o m.d.c. entre os números: 420 e 680; 870 e 1 540; 2 654, 3 892 e 12 650.

5. Determine, pela decomposição em fatôres primos, o m.d.c. entre os números: 80 e 120; 3 450 e 8 762; 4 725, 3 450 e 8 655.

6. Ache o m.d.c. dos números que têm êsses fatôres: $2 \times 3 \times 5 \times 7$; $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$; $3^2 \times 5^2 \times 11$; $3^4 \times 5^2 \times 7^2 \times 9^2$.

PROBLEMAS RESOLVIDOS

1. Quais os divisores comuns de 48 e 72, compreendidos entre 2 e 10?

Resposta: 3, 4, 6 e 8.

2. Quais os divisores de 180, maiores que 6 e menores que 19?

Resposta: 9, 10, 12, 15 e 18.

3. Quais os divisores comuns de 1 080 e 1 440, compreendidos entre 100 e 200?

Resposta: 120 e 190.

4. "Colhi 300 tangerinas e 850 laranjas para vendê-las em cestas contendo o maior número possível de frutos da mesma espécie. Pergunta-se: quantas cestas vendi e por quanto vendi cada fruto, sabendo-se que cada cesta foi vendida a Cr$ 75,00.

Resposta: 23 e Cr$ 1,50."

5. Num colégio havia 36 alunos maiores, 60 médios e 84 menores. Num dia de festa, o diretor ordenou que formassem no pátio os alunos de cada categoria em grupos, contendo cada um o maior número possível de alunos. Quantos alunos devia haver em cada grupo e quantos grupos havia?

Resposta: 12 e 15.

MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM

1. Múltiplo de um número. — É outro número que pode ser dividido exatamente por êle. Assim, 15 é múltiplo de 5, porque pode ser dividido exatamente por 5.

Múltiplo comum de dois ou mais números é todo número que pode ser dividido exatamente por êsses números. Por exemplo, 18 é *múltiplo comum* de 2, 3, 6 e 9, porque é divisível, ao mesmo tempo, por êstes quatro números.

Mínimo múltiplo comum de vários números é o menor número divisível por todos êsses números. Assim, 24 é o *mínimo múltiplo comum* de 8, 6 e 4, porque não há outro número menor capaz de ser dividido exatamente por êstes três números. Costuma-se indicar o mínimo múltiplo comum pelas iniciais *m.m.c.*

2. Determinação do mínimo múltiplo comum. — Para determinar o m.m.c. há três processos:

1.º Processo. — Decompõe-se, simultâneamente, os números dados em fatôres primos e calcula-se o produto dos fatôres primos achados. Para isso, escrevemos todos os números em linha horizontal, separados por vírgulas. A seguir, dividimos por 2 os que forem divisíveis por 2, conservando os que não forem divisíveis. Procedemos, depois, da mesma forma com 3, 5..., isto é, com os números primos, em ordem de grandeza crescente. Multiplicando, finalmente, os divisores primos utilizados, teremos o m.m.c. procurado. Exemplo: Determinar o m.m.c. de 28, 46 e 54:

28,	46,	54	2
14,	23,	27	2
7,	23,	27	3
7,	23,	9	3
7,	23,	3	3
7,	23,	1	7
1,	23,	1	23

Assim, o m.m.c. de 28, 46 e 54 é: $2^2 \times 3^3 \times 7 \times 23 =$ 17 388.

2.º Processo. — Decompõe-se cada número em seus fatôres primos e, em seguida, forma-se o produto de *todos os fatôres primos*, tomados respectivamente, com *o maior expoente;* o resultado será o m.m.c. procurado. Exemplo:

$$28 = 2 \times 2 \times 7 = 2^2 \times 7$$
$$46 = 2 \times 23$$
$$54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^3$$

Os fatôres primos que entram na composição dêstes números são 2, 3, 7 e 23, e como o m.m.c. é o produto de *todos os fatôres primos elevados ao maior expoente,* teremos:

$$\text{m.m.c.} = 2^2 \times 3^3 \times 7 \times 23 = 17\,388$$

3.º Processo. — Para determinar o m.m.c. de dois números multiplicam-se os dois números e divide-se o produto pelo m.d.c.

3. Propriedades do mínimo múltiplo comum. — a) *Quando dividimos por dois ou mais números o seu m.m.c., os quocientes obtidos são primos entre si.* Exemplo: 60 é o m.m.c. de 12, 20 e 15. Os quocientes: $60 \div 12 = 5$, $60 \div 20 = 3$, e $60 \div 15 = 4$ são primos entre si.

b) *Quando multiplicamos ou dividimos dois ou mais números pelo mesmo número, o m.m.c. dêsses números fica multiplicado ou dividido pelo mesmo número.* Exemplo: O m.m.c. de 12, 15 e 18 é 180. O m.m.c. de $12 \times 2 = 24$, de $15 \times 2 = 30$, e de $18 \times 2 = 36$ é 360.

c) *Dados dois ou mais números, se o maior fôr divisível pelos outros, será êle o m.m.c.* Exemplo: O m.m.c. de 24, 12, 6, 4, 3 e 2 será 24, porque 24 é divisível por 2, 3, 4, 6 e 12.

d) *Quando elevamos vários números a uma mesma potência, o seu m.m.c. fica elevado a essa potência.* Exemplo: O m.m.c. de 12, 20 e 15 é 60. O m.m.c. de 12^2, 20^2 e 15^2 é 60^2.

RESUMO

Múltiplo de um número é outro número que pode ser dividido exatamente por êle. Múltiplo comum de dois ou mais números é todo número que pode ser dividido exatamente por êsses números. Mínimo múltiplo comum de vários números é o menor número divisível por todos êsses números. Há 3 processos para a determinação do m.m.c.: o da decomposição simultânea dos números dados em fatôres primos, o da decomposição de cada número em fatôres primos e o do m.d.c. Quando dividimos por 2 ou mais números o seu m.m.c., os quocientes obtidos são primos entre si. Quando multiplicamos ou dividimos 2 ou mais números pelo mesmo número, o m.m.c. dêsses números fica multiplicado ou dividido pelo mesmo número. Dados 2 ou mais números, se o maior fôr divisível pelos outros, será êle o m.m.c. Quando elevamos vários números a uma mesma potência, o seu m.m.c. fica elevado a essa potência.

QUESTIONÁRIO

Que é múltiplo de um número? Que é múltiplo comum de dois ou mais números? Que é mínimo múltiplo comum de vários números? Quais os processos para a determinação do mínimo múltiplo comum? Como se efetuam? Quais as propriedades do mínimo múltiplo comum?

EXERCÍCIOS E TESTES

1. Complete: *Múltiplo de um número é* .... *Mínimo múltiplo comum de vários números é* ....

2. Sublinhe o que completar a frase: *Os processos para achar o m.m.c. são: (potenciação — decomposição em fatôres primos — divisão — m.d.c. — multiplicação).*

3. Escreva as respostas nos parênteses: — *Qual o m.m.c. entre números primos?* (...........). — *Qual o m.m.c. entre números múltiplos?* (...........). — *Qual o m.m.c. de 20, 60 e 90 elevados à terceira potência?* (...........).

4. Determine, pelo processo da decomposição simultânea dos fatôres primos, o m.m.c. dos números: 30, 50 e 80; 125, 375 e 950; 340, 890 e 1 400.

5. Determine, pela decomposição em fatôres primos de cada um dos números, o m.m.c. de: 40, 60 e 90; 245, 460 e 675; 860, 920 e 12 350.

6. Determine, pelo processo do m.d.c., o m.m.c. dos números: 16 e 24; 40 e 90; 120 e 350.

PROBLEMAS RESOLVIDOS

1. Quais os múltiplos de 86, compreendidos entre 510 e 850?
Resposta: 516, 602 e 774.

2. Quais são os quatro menores múltiplos comuns de 9 e 12?
Resposta: 36, 72, 108 e 144.

3. O produto de dois números é 20 600. Sabendo-se que o m.d.c. dêles é 5, qual será o m.m.c.?
Resposta: 4 120.

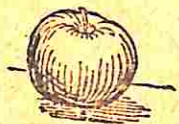
4. Qual o menor número a que faltam 7 unidades para ser divisível, ao mesmo tempo, por 18, 24 e 36?
Resposta: 65.

5. Quais são os múltiplos comuns de 108 e 168, menores do que 4 800?
Resposta: 1 512, 3 024 e 4 536.

6. Luís vem ao Rio de 30 em 30 dias; Júlio, de 48 em 48; Paulo, de 60 em 60 e Antônio, de 40 em 40. Se êles chegaram ontem, há quantos dias estiveram reunidos no Rio, pela última vez?
Resposta: 240 dias.

FRAÇÕES ORDINÁRIAS

1. **Fração.** — É uma ou várias partes iguais em que se divide a unidade. Por exemplo, dividindo-se u'a maçã em duas partes iguais, cada parte é *a metade* ou *um meio* da maçã. Dividindo-se a maçã em quatro partes iguais, cada parte é *um quarto*; duas destas partes são *dois quartos*; três destas partes são *três quartos*; e as quatro partes são a *maçã inteira*.

Se continuássemos a dividir a maçã em 5, em 6, em 7, em 8, em 9, em 10... *partes iguais*, cada uma dessas partes seria, respectivamente, *um quinto, um sexto, um sétimo, um oitavo, um nono, um décimo*... da maçã. Essas partes da unidade são *frações*.

Um inteiro

Dois meios

Três terços

Quatro quartos

Cinco quintos

Seis sextos

2. **Fração ordinária.** — É aquela que provém da divisão da unidade em um número qualquer de partes, diferentes de 10 ou das potências de 10. Exemplo: quatro quintos, seis nonos, etc. *Fração decimal* é aquela que provém da divisão da

unidade em 10, 100, 1000, etc. partes iguais. Exemplo: dois décimos, oito milésimos, etc.

A fração ordinária compõe-se de dois números separados por um traço, desta maneira: $\frac{3}{4}$ ou 3/4. Êstes dois números chamam-se *têrmos da fração*. O têrmo superior chama-se *numerador*, e o inferior *denominador*. O denominador mostra em quantas partes está dividida a unidade, e o numerador mostra o número de partes que tem a fração.

Lê-se uma fração ordinária do seguinte modo: enuncia-se o numerador e, em seguida, o denominador; ex.: $\frac{4}{7}$, lê-se: *quatro sétimos*. Quando o denominador é superior a 10, lê-se o seu número juntamente com a palavra *avos*; ex.: $\frac{9}{15}$, lê-se: *nove quinze avos*.

Uma fração é *própria*, quando é menor que a unidade, isto é, quando o numerador é menor que o denominador; ex.: $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{8}$; uma fração é *imprópria*, quando é igual ou maior que a unidade, isto é, quando o numerador é igual ou superior ao denominador; ex.: $\frac{6}{6}$, $\frac{5}{3}$. *Número misto* é aquêle formado de inteiro e fração; ex.: $2\frac{3}{5}$.

Uma fração pode também ser considerada como o quociente de uma divisão, em que o numerador é o dividendo, e o denominador o divisor; ex.: em $\frac{4}{9}$, 4 é o dividendo, e 3 o divisor.

Assim, $4 \div 9 = \frac{4}{9}$.

3. **Aplicações da fração.** — a) Para representar a unidade sob a forma de fração, com numerador dado, basta escrever o numerador igual ao denominador. Exemplo: $1 = \frac{3}{3}$.

b) Para representar um número inteiro sob a forma de fração, basta colocar o denominador 1. Exemplo: $5 = \frac{5}{1}$.

c) Para representar um número inteiro sob a forma de fração ordinária, com um denominador dado, basta multiplicar o inteiro por êsse denominador e dar ao produto o denominador indicado. Exemplo: Reduzir 3 a sextos:

$$3 = \frac{3 \times 6}{6} = \frac{18}{6}$$

4. **Transformação de fração imprópria em número misto.** — Para se transformar uma fração imprópria em número misto, divide-se o numerador pelo denominador; o quociente será a parte inteira do número misto e o resto dessa divisão será o numerador da fração, que terá por denominador o mesmo denominador da fração imprópria. Exemplo: Transformar $\frac{24}{7}$ em número misto:

$$24 \mid 7 \qquad \text{resto } 3, \text{ quociente } 3 \qquad \frac{24}{7} = 3\frac{3}{7}$$

Se a divisão é exata, só se escreve a parte inteira.

Nota — Dá-se a esta transformação, também, o nome de *extração de inteiros.*

5. **Transformação de número misto em fração imprópria.** — Para se transformar um número misto em fração imprópria, multiplica-se o inteiro pelo denominador e ao produto acrescenta-se o numerador; o resultado é o novo numerador; o

denominador fica o mesmo. Exemplo: Transformar $3\frac{4}{5}$ em

$$3\frac{4}{5} = \frac{(3 \times 5) + 4}{5} = \frac{19}{5}$$

6. **Propriedades das frações ordinárias.** — a) Quando se multiplicam ou se dividem os dois têrmos de uma fração pelo mesmo número, seu valor não se altera. Exemplo: Vamos multiplicar os dois têrmos da fração $\frac{2}{4}$ por 5. Teremos:

$$\frac{2}{4} = \frac{2 \times 5}{4 \times 5} = \frac{10}{20}$$

O valor de $\frac{2}{4}$ é igual ao de $\frac{10}{20}$.

Vamos dividir $\frac{10}{20}$ por 5. Teremos:

$$\frac{10}{20} = \frac{10 \div 5}{20 \div 5} = \frac{2}{4}$$

O valor de $\frac{10}{20} = \frac{2}{4}$.

b) Quando se *multiplica o numerador* de uma fração por um número, seu valor fica *multiplicado* pelo mesmo número.

c) Quando se *divide o numerador* de uma fração por um número, seu valor fica *dividido* pelo mesmo número.

d) Quando se *multiplica o denominador* de uma fração por um número, o seu valor fica *dividido* pelo mesmo número.

e) Quando se *divide o denominador* de uma fração por um número, seu valor fica *multiplicado* pelo mesmo número.

Observação — Destas propriedades conclui-se que o valor de uma fração varia na razão direta do numerador e na razão inversa do denominador.

7. Frações inversas. — Uma fração é o *inverso* de outra quando o numerador da primeira fôr igual ao denominador da segunda, e o numerador da segunda igual ao denominador da primeira. Exemplo: O inverso da fração $\frac{4}{7}$ é $\frac{7}{4}$.

O inverso de um número inteiro é uma fração que tem para numerador a unidade e cujo denominador é o próprio número. Exemplo: O inverso de 5 é $\frac{1}{5}$.

RESUMO

Fração é uma ou várias partes iguais em que se divide a unidade. Fração ordinária é a que provém da divisão da unidade em um número de partes diferente de 10 ou das potências de 10. Fração decimal é a que provém da divisão da unidade em 10, 100, 1000, etc. partes iguais. Os têrmos da fração são o numerador e o denominador. Uma fração é própria quando é menor que a unidade, e imprópria quando é maior que a unidade. Número misto é o formado de inteiro e fração. Para se transformar uma fração imprópria em número misto, divide-se o numerador pelo denominador; o quociente será a parte inteira do número misto e o resto da divisão será o numerador da fração que terá por denominador o mesmo denominador da fração imprópria. Para se transformar um número misto em fração imprópria, multiplica-se o inteiro pelo denominador e ao produto acrescenta-se o numerador; o resultado será o novo numerador; o denominador será o mesmo. O valor de uma fração varia na razão direta do numerador e na razão inversa do denominador.

QUESTIONÁRIO

Que é fração? Que é fração ordinária? Qual a diferença entre fração ordinária e fração decimal? Que são têrmos da fração? Como se lê uma fração ordinária? Que são fração própria e fração imprópria? Como se representa a unidade sob a forma de fração? Como se representa um número inteiro sob a forma de fração? Como se representa um inteiro sob a forma de fração, com um denominador dado? Como se transforma uma fração imprópria em número misto? Como se transforma um número misto em fração imprópria? Quais as propriedades das frações ordinárias?

EXERCÍCIOS E TESTES

1. Complete: *Fração é* .... *Fração ordinária é* .... *Fração decimal é* ....

2. Ponha, nos parênteses, os nomes destas frações: $\frac{7}{9}$ (........); $\frac{1}{3}$ (........); $\frac{4}{25}$ (........); $6\frac{5}{8}$ (........); $\frac{23}{41}$ (........).

3. Sublinhe as frações impróprias desta lista: $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{16}{12}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{4}{7}$.

4. Escreva as respostas nos parênteses: — *Em 2 unidades quantos décimos há?* (......). — *Que fração do mês são 2 semanas?* (......). — *Que fração do dia são 6 horas?* (......). — *Quantos quartos há em 20 unidades?* (......). — *Que falta a* $\frac{4}{5}$, *para termos a unidade?* (......).

5. Complete as seguintes igualdades: $6 = \frac{\dots}{3}$; $9 = \frac{\dots}{8}$; $5 = \frac{15}{\dots}$.

6. Transforme os seguintes números mistos em frações impróprias: $9\frac{2}{3}$; $8\frac{5}{7}$; $26\frac{4}{5}$; $3\frac{25}{45}$; $18\frac{6}{7}$; $134\frac{9}{6}$; $265\frac{2}{4}$.

7. Extraia os inteiros das seguintes frações impróprias: $\frac{6}{3}$, $\frac{8}{4}$, $\frac{12}{3}$, $\frac{25}{5}$, $\frac{51}{11}$, $\frac{82}{18}$, $\frac{735}{25}$

PROBLEMAS RESOLVIDOS

1. Qual o inverso de $\frac{1}{7}$, $\frac{16}{21}$, 15 e $3\frac{4}{9}$?

Resposta: 7, $\frac{21}{16}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{9}{31}$.

2. Quais as frações que resultam da transformação de 7 em quintos e de 9 em meios?

Resposta: $\frac{35}{5}$ e $\frac{18}{2}$.

3. Quais os números mistos que resultam de: $\frac{1363}{124}$, $\frac{547}{43}$ e $\frac{537}{29}$?

Resposta: $10\frac{123}{124}$, $12\frac{31}{43}$ e $18\frac{15}{29}$.

4. Quais as frações impróprias que resultam de: $6\frac{3}{4}$, $7\frac{5}{12}$, $30\frac{10}{13}$, $100\frac{2}{5}$ e $203\frac{7}{8}$?

Resposta: $\frac{27}{4}$, $\frac{89}{12}$, $\frac{400}{13}$, $\frac{502}{5}$ e $\frac{1631}{8}$.

5. Que resulta da extração dos inteiros de: $\frac{8}{4}$, $\frac{13}{6}$, $\frac{20}{5}$, $\frac{47}{8}$, $\frac{18}{5}$ e $\frac{30}{9}$?

Resposta: 2, $2\frac{1}{6}$, 4, $5\frac{7}{8}$, $3\frac{3}{5}$ e $3\frac{3}{9}$.

6. Quais as frações que resultam da transformação de 1 em nonos e 3 em sextos?

Resposta: $\frac{9}{9}$ e $\frac{18}{3}$.

COMPARAÇÃO DE FRAÇÕES. SIMPLIFICAÇÃO DE FRAÇÕES E REDUÇÃO AO MESMO DENOMINADOR

1. Comparação de frações. — Para comparar os valores de duas ou mais frações, é preciso que elas tenham os mesmos denominadores ou os mesmos numeradores. Por conseguinte, para comparar frações que não têm o mesmo denominador nem o mesmo numerador, é preciso reduzi-las ao mesmo denominador ou ao mesmo numerador.

a) Quando duas ou mais frações tiverem *numeradores iguais* será maior a que tiver *menor denominador*. Exemplo: $\frac{3}{5}$ e $\frac{3}{8}$; vale mais $\frac{3}{5}$, porque nas duas frações há 3 partes, mas cada quinto é maior do que cada oitavo.

b) Quando duas ou mais frações tiverem *denominadores iguais*, será maior a que tiver *maior numerador*. Exemplo: $\frac{2}{4}$ e $\frac{6}{4}$; vale mais $\frac{6}{4}$, porque as partes em que a unidade foi dividida são iguais e em $\frac{6}{4}$ há maior número de partes tomadas.

c) Quando as frações têm os *têrmos consecutivos*: $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, vale mais $\frac{5}{6}$, porque falta apenas $\frac{1}{6}$ para formar o inteiro, $\frac{1}{6}$ é menor que $\frac{1}{5}$, que $\frac{1}{4}$ e que $\frac{1}{3}$.

2. **Simplificação de frações.** — *Simplificar* uma fração é reduzi-la a outra que tenha o mesmo valor e os têrmos menores. A simplificação de uma fração é baseada na propriedade que nos permite dividir ambos os têrmos de uma fração pelo mesmo número sem alterar o valor da fração.

Quando uma fração não pode ser mais simplificada, diz-se que está reduzida *à expressão mais simples* ou que é *irredutível.* Para que uma fração seja irredutível, é necessário que os seus têrmos sejam primos entre si. Há 3 processos para a simplificação de frações:

a) *Pelas divisões sucessivas.* — Dividem-se, sucessivamente, ambos os têrmos da fração por divisores comuns. Seja, por exemplo, simplificar a fração $\frac{24}{36}$. Dividem-se os dois têrmos por 2, o que dá $\frac{12}{18}$; os dois têrmos ainda são divisíveis por 2; dividindo-os por êste número, teremos $\frac{6}{9}$; dividindo-os por 3, obteremos $\frac{2}{3}$. A *expressão mais simples* é $\frac{2}{3}$, cujos têrmos não podem ser mais divididos por um mesmo número.

b) *Pelo máximo divisor comum.* — Obtém-se, de uma vez, a *expressão mais simples* de uma fração, dividindo-se os dois têrmos pelo seu máximo divisor comum. Exemplo:

$$\frac{24}{36} = \frac{24 \div 12}{36 \div 12} = \frac{2}{3}$$

c) *Pelo cancelamento de fatôres comuns.* — Exemplo:

$$\frac{12}{8} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \times 2 \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{2}} \times \underset{1}{\cancel{3}} \times 3} = \frac{2}{3}$$

3. **Redução de frações ao mesmo denominador.** — É a operação pela qual transformamos duas ou mais frações em outras iguais que tenham o mesmo denominador. A redução de frações ao mesmo denominador é baseada na propriedade que nos permite multiplicar ambos os têrmos de uma fração sem lhe alterar o valor. As frações que têm o mesmo denominador chamam-se *homogêneas;* as outras, denominam-se *heterogêneas.*

Há 2 processos para reduzir frações ao mesmo denominador:

a) *Pelas multiplicações sucessivas.* — 1) Para reduzir duas frações ao mesmo denominador, multiplicam-se os dois têrmos de cada uma pelo denominador da outra. Exemplo: Reduzir ao mesmo denominador as frações $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{7}$:

$$\frac{2 \times 7}{5 \times 7} = \frac{14}{35}; \quad \frac{3 \times 5}{7 \times 5} = \frac{15}{35}$$

2) Para reduzir três ou mais frações ao mesmo denominador, multiplicam-se os dois têrmos de cada uma pelo produto dos denominadores das outras. Exemplo: Reduzir ao mesmo denominador as frações: $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{8}$:

$$\frac{2}{7} = \frac{2 \times 4 \times 8}{7 \times 4 \times 8} = \frac{64}{224} \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \times 7 \times 8}{4 \times 7 \times 8} = \frac{168}{224}$$

$$\frac{5}{8} = \frac{5 \times 4 \times 7}{8 \times 4 \times 7} = \frac{140}{224}$$

b) *Pelo mínimo múltiplo comum.* — Por êste processo podemos reduzir duas ou mais frações ao *mínimo denominador comum,* isto é, transformá-las em outras iguais que tenham o menor denominador comum que seja possível. Exemplo: Reduzir ao mínimo denominador comum as frações: $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{1}{6}$ e $\frac{2}{3}$.

O m.m.c. dos denominadores destas frações é 60. "Dividimos êsse m.m.c. pelos denominadores das diferentes frações, escrevendo os quocientes obtidos debaixo de cada denominador, entre parênteses:

$$\frac{3}{4} \quad \frac{5}{12} \quad \frac{7}{15} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{2}{3}$$
$$(15) \quad (5) \quad (4) \quad (10) \quad (20)$$

Multiplicamos, depois, ambos os têrmos de cada fração pelo quociente correspondente:

$$\frac{45}{60} \quad \frac{25}{60} \quad \frac{28}{60} \quad \frac{10}{60} \quad \frac{40}{60}$$

O m.m.c. dos denominadores é o menor denominador comum que as frações podem ter."

Observação — O processo do mínimo denominador comum é o mais empregado porque abrevia os cálculos.

RESUMO

Para comparar frações que não têm o mesmo denominador nem o mesmo numerador, é preciso reduzi-las ao mesmo denominador ou ao mesmo numerador. Simplificar uma fração é reduzi-la a outra que tenha o mesmo valor e os têrmos menores. Há 3 processos para simplificar as frações: pelas divisões sucessivas, pelo máximo divisor e pelo cancelamento dos fatôres comuns. Reduzir frações ao mesmo denominador é transformar duas ou mais frações em outras iguais que tenham o mesmo denominador. Há 2 processos para reduzir frações ao mesmo denominador: pelas multiplicações sucessivas e pelo mínimo múltiplo comum.

QUESTIONÁRIO

Que é preciso fazer para comparar frações? Qual a maior entre duas frações que têm numeradores iguais? Qual a maior entre duas frações que têm denominadores iguais? Que é simplificar uma fração? Quais os processos para simplificar frações? Como se efetuam? Que é reduzir frações ao mesmo denominador? Quais os processos para reduzir frações ao mesmo denominador? Como se efetuam?

EXERCÍCIOS E TESTES

1. Complete: *Para comparar 2 frações, é preciso* ....
2. Sublinhe o que completar melhor as frases:

a) Quando 2 frações tiverem denominadores iguais será maior a que tiver: *maior numerador — menor numerador.*
b) Os processos para simplificar frações são: *das multiplicações sucessivas — do cancelamento dos fatôres — das divisões sucessivas — do máximo divisor comum.*
c) Os processos para reduzir frações ao mesmo denominador são: *das divisões sucessivas — do máximo divisor comum — das multiplicações sucessivas — do mínimo múltiplo comum.*

3. Complete: *Quando os têrmos de uma fração são primos entre si a fração é* .... *As frações que têm o mesmo denominador chamam-se* ....

4. Compare as seguintes frações, marcando, com uma cruz, a maior e a menor: $\frac{3}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{9}{23}$, $\frac{16}{48}$, $\frac{24}{62}$, $\frac{35}{76}$.

5. Simplifique as seguintes frações: $\frac{4}{16}$, $\frac{5}{75}$, $\frac{8}{28}$, $\frac{16}{34}$, $\frac{23}{119}$, $\frac{37}{205}$.

6. Reduza ao mesmo denominador as seguintes frações: $\frac{3}{7}$, $\frac{2}{5}$ e $\frac{7}{9}$; $\frac{2}{16}$, $\frac{5}{35}$ e $\frac{14}{48}$.

7. Escreva 3 frações iguais a $\frac{1}{2}$; 3 iguais a $\frac{1}{3}$; 3 iguais a $\frac{1}{4}$; 3 iguais a 2; e 3 iguais a 4.

PROBLEMAS RESOLVIDOS

1. Escrever em ordem crescente as frações: $\frac{7}{8}$, $\frac{11}{9}$ e $\frac{3}{10}$.

Resposta: $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{8}$ e $\frac{11}{9}$.

2. Escrever em ordem decrescente as frações: $\frac{5}{12}$, $\frac{3}{8}$ e $\frac{9}{14}$.

Resposta: $\frac{9}{14}$, $\frac{5}{12}$ e $\frac{3}{8}$.

3. Sem reduzir ao mesmo denominador, disponha, em ordem de grandeza decrescente, as frações: $\frac{6}{11}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{13}$.

Resposta: $\frac{6}{7}$, $\frac{6}{11}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{13}$.

4. Por divisões sucessivas, reduzir à expressão mais simples as frações: $\frac{3}{9}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{6}{12}$ e $\frac{7}{21}$.

Resposta: $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$.

5. Por meio do m.d.c., reduzir à expressão mais simples as frações: $\frac{50}{6}$, $\frac{132}{24}$, $\frac{228}{27}$, $\frac{343}{35}$ e $\frac{432}{64}$.

Resposta: $\frac{25}{3}$, $\frac{11}{2}$, $\frac{76}{9}$, $\frac{49}{5}$ e $\frac{27}{4}$.

6. Reduzir ao mínimo denominador comum as frações: $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{8}{10}$ e $\frac{1}{3}$.

Resposta: $\frac{48}{120}$, $\frac{105}{120}$, $\frac{60}{120}$, $\frac{96}{120}$ e $\frac{40}{120}$.

7. Uma roda dá três voltas em 5 segundos; uma outra dá 7 voltas em 9 segundos. Qual a roda que gira mais depressa?

Solução — Se a primeira dá 3 voltas em 5 segundos, em 1 segundo ela dará 5 vêzes menos ou 3 voltas $\div 5 = \frac{3}{5}$ de uma volta. Em 1 segundo a outra roda dará $\frac{7}{9}$ de uma volta.

Reduzindo as duas frações ao mesmo denominador, teremos:

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 9}{5 \times 9} = \frac{27}{45} \qquad \frac{7}{9} = \frac{7 \times 5}{9 \times 5} = \frac{35}{45}$$

Resposta: A segunda roda, que dá $\frac{35}{45}$ (fração maior que $\frac{27}{45}$) de uma volta por segundo, é a que gira mais depressa.

OPERAÇÕES SÔBRE FRAÇÕES ORDINÁRIAS

1. **Adição de frações.** — 1.º Caso — *Frações que têm o mesmo denominador*. Regra: Somam-se os numeradores e dá-se o mesmo denominador. Exemplo:

$$\frac{5}{7} + \frac{3}{7} + \frac{9}{7} = \frac{17}{7} = 2\frac{3}{7}$$

2.º Caso — *Frações que têm denominadores diferentes.* Regra: Reduzem-se as frações ao mesmo denominador e, depois, somam-se os numeradores, dando-se o mesmo denominador. Exemplo:

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{7} = \frac{14}{35} + \frac{15}{35} = \frac{29}{35}$$

3.º Caso — *Adição de números mistos.* Regra: Somam-se os inteiros, depois as frações, e somam-se as duas parcelas. Exemplo:

$$4\frac{3}{5} + 7\frac{8}{9} + 12\frac{11}{15}$$

Reduzindo estas frações ao mesmo denominador, teremos:

$$\frac{27}{45} + \frac{40}{45} + \frac{33}{45} = \frac{27 + 40 + 33}{45} = \frac{100}{45} = 2\frac{2}{9}$$

O total dos inteiros será: $4 + 7 + 12 + 2 = 25$.

E a soma dos números mistos propostos será: $25\frac{2}{9}$.

4.º Caso — *Adição de inteiro com fração*. Regra: Multiplica-se o inteiro pelo denominador e ao resultado junta-se o numerador. Exemplo:

$$3 + \frac{4}{5} = \frac{19}{5}$$

2. Subtração de frações. — 1.º Caso — *Frações com o mesmo denominador*. Regra: Subtraem-se os numeradores e dá-se o mesmo denominador. Exemplo:

$$\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{2}{8}$$

2.º Caso — *Frações com denominadores diferentes*. Regra: Reduzem-se as frações ao mesmo denominador e, depois, subtraem-se os numeradores, dando-se o mesmo denominador. Exemplo:

$$\frac{7}{8} - \frac{3}{5} = \frac{35}{40} - \frac{24}{40} = \frac{11}{40}$$

3.º Caso — *Subtração de números mistos*. Regra: Faz-se, primeiro, a subtração das frações e, depois, a dos inteiros. Exemplo:

$$12\frac{2}{3} - 6\frac{5}{8}$$

Reduzindo estas frações ao mesmo denominador, teremos:

$$\frac{16}{24} - \frac{15}{24} = \frac{1}{24}$$

Subtração dos inteiros: $12 - 6 = 6$.

O resultado é, pois: $6\frac{1}{24}$.

Observação — Podemos também somar e subtrair números mistos, transformando-os em frações impróprias e procedendo como para duas frações. Na prática, aliás, é êsse o processo mais empregado.

4.º Caso — *Subtração de fração e inteiro*. Regra: Converte-se o inteiro em fração imprópria, antes de efetuar a operação. Exemplo:

$$\frac{12}{5} - 2 = \frac{12}{5} - \frac{10}{5} = \frac{2}{5}$$

$$3 - \frac{2}{7} = \frac{21}{7} - \frac{2}{7} = \frac{19}{7}$$

3. Multiplicação de frações. — 1.º Caso — *Multiplicação de inteiro por fração ou de fração por inteiro*. Regra: Multiplica-se o inteiro pelo numerador e dá-se o mesmo denominador. Exemplo:

$$5 \times \frac{3}{7} = \frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$$

$$\frac{4}{5} \times 3 = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

2.º Caso — *Multiplicação de fração por fração*. Regra: Multiplicam-se os numeradores entre si e o mesmo se faz com os denominadores. Exemplo:

$$\frac{3}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{35} \qquad \frac{7}{8} \times \frac{1}{3} \times \frac{5}{11} = \frac{35}{264}$$

Observação — Podemos abreviar a multiplicação das frações, dividindo os numeradores e denominadores por divisores comuns. É a chamada *multiplicação por cancelamento*, que devemos empregar sempre que seja possível. Exemplo:

$$\frac{\overset{2}{\cancel{10}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} = \frac{2}{3}$$

3.º Caso — *Multiplicação de números mistos.* Regra: Reduzem-se os números mistos a frações impróprias e procede-se como para duas frações. Exemplo:

$$7\frac{3}{4} \times 5\frac{2}{3} = \frac{31}{4} \times \frac{17}{3} = \frac{527}{12} \text{ ou } 43\frac{11}{12}$$

Fração de um número inteiro — Obtém-se, multiplicando a fração pelo número inteiro. Exemplo: Calcular $\frac{1}{3}$ de 18.

$$\frac{1}{3} \text{ de } 18 = \frac{1}{3} \times 18 = \frac{18}{3} = 6$$

4. Divisão de frações. — 1.º Caso — *Divisão de uma fração por um inteiro.* Regra: Multiplica-se o inteiro pelo denominador e conserva-se o numerador. Exemplo:

$$\frac{5}{4} \div 3 = \frac{5}{12}$$

2.º Caso — *Divisão de um inteiro por uma fração.* Regra: Multiplica-se o inteiro pela fração invertida. Exemplo:

$$5 \div \frac{6}{7} = \frac{5 \times 7}{6} = \frac{35}{6} = 5\frac{5}{6}$$

3.º Caso — *Divisão de fração por fração.* Regra: Multiplica-se a fração dividendo pela fração divisora invertida. Exemplo:

$$\frac{5}{8} \div \frac{3}{7} = \frac{5 \times 7}{8 \times 3} = \frac{35}{24} = 1\frac{11}{24}$$

4.º Caso — *Divisão de números mistos.* Regra: Reduzem-se os números mistos a frações impróprias e dividem-se as frações resultantes.

5. Fração de fração. — É uma ou mais partes de uma fração. Assim, se dividirmos uma laranja em 5 partes iguais,

cada parte será a quinta parte ($\frac{1}{5}$) da laranja; se tomarmos a quinta parte da laranja e a dividirmos, por sua vez, em 3 partes iguais, cada parte será $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{5}$, que é uma *fração de fração.*

Regra: Para achar o resultado de uma fração de fração, multiplicam-se ambas as frações. Exemplo:

$$\frac{3}{5} \text{ de } \frac{4}{7} = \frac{12}{35}$$

6. Fração mista ou composta. — É a que tem em um ou em ambos os têrmos um número misto ou uma fração. Exemplo:

$$\frac{4\frac{3}{7}}{\frac{5}{8}} \qquad \frac{5}{2\frac{6}{9}}$$

Regra: Para converter uma fração composta em uma fração simples, divide-se o numerador pelo denominador.

EXERCÍCIOS E TESTES

1. Complete: *Podemos abreviar a multiplicação das frações:* .... *Obtém-se a fração de um número inteiro:* .... *Fração de fração é:* ....

2. Calcule: $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{7}$ de $\frac{8}{9}$; $\frac{6}{7}$ de 240; $\frac{1}{3}$ de $\frac{4}{5}$ de 12; $\frac{5}{6}$ de 950.

3. Efetue as seguintes adições: $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{8}{4}$; $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{4}{7}$; $\frac{2}{8} + \frac{4}{9}$; $5 + \frac{3}{4}$; $2 + \frac{3}{8} + 4\frac{5}{9}$.

4. Efetue as seguintes subtrações: $\frac{2}{6} - \frac{1}{6}$; $\frac{7}{9} - \frac{4}{11}$; $8 - \frac{5}{6}$; $\frac{18}{5} - 3$; $5\frac{4}{7} - 2$; $3\frac{2}{9} - 2\frac{1}{3}$; $3 - \frac{1}{8} - \frac{2}{17}$; $\left(\frac{3}{6} - \frac{2}{6}\right)^3$.

5. Efetue as seguintes multiplicações: $\frac{7}{8} \times \frac{2}{3}$; $4\frac{5}{6} \times 3\frac{6}{9} \times 5$; $\frac{3}{7} \times \frac{2}{5} \times \frac{8}{9}$.

6. Efetue as seguintes divisões: $\frac{6}{8} \div \frac{2}{4}$; $9 \div \frac{3}{6}$; $\frac{4}{7} \div 5$; $3\frac{4}{6} \div \frac{1}{3}$; $5\frac{2}{8} \div 1\frac{3}{4}$; $9\frac{5}{7} \div \frac{2}{9}$; $\left(\frac{1}{4} \div \frac{2}{8}\right)^2$. (1)

PROBLEMAS RESOLVIDOS

1. Um operário poderia fazer um trabalho em 8 dias; seu filho poderia fazer o mesmo trabalho em 10 dias. Que porção do trabalho fariam em 2 dias se trabalhassem juntos?

Solução: Num só dia o operário faz $\frac{1}{8}$ e o filho $\frac{1}{10}$ do trabalho. Juntos, fariam, por dia, $\frac{1}{8} + \frac{1}{10} = \frac{9}{40}$ do trabalho. E, em 2 dias, farão: $\frac{9}{40} + \frac{9}{40} = \frac{9}{20}$ do trabalho.

2. Misturando-se certa quantidade de água a 198 litros e $\frac{1}{2}$ de vinho encheu-se um tonel cuja capacidade é de 221 litros e $\frac{2}{5}$. Qual a quantidade de água que foi misturada com o vinho?

Solução: Quantidade de água misturada com o vinho:

$$221\frac{2}{5} - 198\frac{1}{2} = \frac{229}{10} = 22 \text{ litros e } \frac{9}{10}$$

(1) *Nota importante* — Tôdas as respostas devem ser dadas em frações irredutíveis e, quando possível, extraídos os inteiros.

3. Quanto custam 25 metros de barbante, sabendo-se que 7 metros custam 6 cruzeiros?

Solução: Cada metro de barbante custa $\frac{6}{7}$ de cruzeiro. E 25 metros custam: $\frac{6}{7} \times 25 = \frac{150}{7} = 21$ cruzeiros e $\frac{3}{7}$.

4. Em 9 horas, 8 operários fizeram 28 metros e $\frac{4}{5}$ de um certo trabalho. Quanto fêz cada operário por hora?

Solução: Número de horas de trabalho: 9 horas $\times$ 8 = 72 horas. Cada operário fêz, por hora: $28\frac{4}{5} \div 72 = \frac{144}{360} = \frac{2}{5}$ de metro.

5. Uma pessoa deve os $\frac{3}{4}$ dos $\frac{2}{5}$ do $\frac{1}{3}$ de 1 000 cruzeiros. Quanto deve?

Solução: Essa pessoa deve: $1\,000 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = 100$ cruzeiros.

6. Que horas são, quando já decorreram os $\frac{5}{8}$ dos $\frac{2}{3}$ dos $\frac{4}{5}$ do dia?

Solução: São 24 horas $\times \frac{4}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{8} = 8$ horas.

7. Quais são os $\frac{5}{6}$ de um número cujos $\frac{3}{5}$ valem 54?

Solução: O número é $54 \div \frac{3}{5} = 90$; os $\frac{5}{6} = 90 \times \frac{5}{6} = 75$.

8. A soma de 2 frações é $\frac{7}{12}$; sua diferença é $\frac{1}{6}$. Quais são essas frações?

Solução: $\left(\frac{7}{12} + \frac{1}{6} = \frac{9}{12}\right) \div 2 = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$; e

$\left(\frac{7}{12} - \frac{1}{6} = \frac{5}{12}\right) \div 2 = \frac{5}{24}$. As frações são, portanto: $\frac{3}{8}$ e $\frac{5}{24}$.

9. Qual o preço de 1 000 garrafas de água mineral, sabendo-se que 104 dessas garrafas custam 40 cruzeiros?

Solução: Cada garrafa custa: $\frac{40}{104}$ de cruzeiro. E as 1 000 garrafas custam: $\frac{40}{104} \times 1\,000 = \frac{40\,000}{104} = 384$ cruzeiros e $\frac{8}{13}$.

10. Os $\frac{3}{4}$ de uma peça de fazenda custam 450 cruzeiros. Quanto custarão os $\frac{5}{6}$ da peça?

Solução: A peça inteira custa: $450 \div \frac{3}{4} = 600$. Os $\frac{5}{6}$ custarão: $600 \times \frac{5}{6} = 500$ cruzeiros.

FRAÇÕES DECIMAIS

1. **Frações decimais.** — Vimos que *fração ordinária* é aquela que provém da divisão da unidade em um número qualquer de partes. Se dividirmos, porém, a unidade em 10, 100, 1000... partes iguais, as frações serão *decimais*, devido à razão décupla em que a unidade é dividida. *Fração decimal* é, portanto, aquela que provém da divisão da unidade em 10, 100, 1000, etc. partes iguais. Assim, $\frac{2}{10}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{9}{1000}$ são frações decimais. Nas frações decimais os denominadores são potências de 10.

2. **Partes decimais da unidade.** — A divisão da unidade em 10 partes iguais dá *décimos* ou partes dez vêzes menores que a unidade (partes decimais de 1.ª ordem). A divisão da unidade em 100 partes iguais dá *centésimos* ou partes cem vêzes menores que a unidade (partes decimais de 2.ª ordem). A divisão da unidade em 1000 partes iguais dá *milésimos* ou partes mil vêzes menores que a unidade (partes decimais de 3.ª ordem), e assim por diante.

3. **Escrita de frações decimais.** — Escreve-se, primeiro, o zero seguido de vírgula decimal e, depois, o número como se fôsse inteiro, tendo-se o cuidado de colocar zeros onde não houver valores a representar. Exemplos: 245 milésimos; escreve-se: 0,245; oito centésimos; escreve-se: 0,08; 79 milésimos; escreve-se: 0,079.

Chama-se *número decimal* o número inteiro acompanhado de fração. Exemplo: 4,257. A parte que antecede a vírgula é

a *parte inteira*, e a que vem depois da vírgula é a *parte decimal*. Para escrever o número decimal, coloca-se, primeiro, a parte inteira seguida da vírgula e, depois, a parte decimal. Exemplo: 5 inteiros e 347 milésimos; escreve-se: 5,347.

4. **Leitura de frações decimais.** — Podemos ler uma fração decimal de dois modos:

a) Lê-se a fração decimal como se fôsse um número inteiro e acrescenta-se-lhe o nome da última ordem da fração. Exemplo: 0,645; lê-se: 645 milésimos.

b) Enuncia-se, sucessivamente, o número e o nome de cada ordem da fração. Exemplo: 0,645; lê-se: 6 décimos, 4 centésimos e 5 milésimos.

5. **Leitura de números decimais.** — Podemos ler o número decimal também de dois modos:

a) Lê-se todo o número como se fôsse inteiro e acrescenta-se-lhe o nome da última ordem da fração. Exemplo: 4,35; lê-se: 435 centésimos.

b) Lê-se, primeiro, o número inteiro e, depois, a parte decimal, acrescentando-se-lhe o nome da última ordem da fração. Exemplo: 4,35; lê-se: 4 inteiros e 35 centésimos.

6. **Propriedades das frações e números decimais.** — a) *O valor de uma fração decimal não se altera, acrescentando-se ou tirando-se zeros à sua direita.* Assim, 0,5 = 0,50 = 0,500; e, recìprocamente, 0,500 = 0,50 = 0,5.

Esta propriedade permite reduzir duas ou mais frações decimais à mesma denominação, sem lhes alterar o valor, bastando, para isso, acrescentar um ou mais zeros. Para reduzir, por exemplo, as frações 0,25 e 0,7 à mesma denominação, basta acrescentar à segunda um zero.

b) *Para se multiplicar uma fração decimal por 10, 100, 1000, etc., basta mudar a vírgula de uma, duas, três casas, etc., para a direita.* Assim, o número 2,653, torna-se, sucessivamente, 10, 100 e 1000 vêzes maior, escrevendo-se: 26,53; 265,3; 2653, porque cada algarismo toma um valor relativo 10, 100, 1000 vêzes maior.

c) Para se dividir uma fração decimal por 10, 100, 1000, etc., basta mudar a vírgula de uma, duas, três casas, etc., para a esquerda.

7. **Comparação de números decimais.** — Para *comparar* números decimais, podemos reduzi-los à mesma denominação do que tem maior número de ordens decimais, e o maior será o que tiver maior número de unidades dessa ordem. Exemplo: Qual o maior número entre 2,3 e 2,435 ? Fazendo a redução, teremos 2,300 e 2,435. O maior é 2,435 porque tem maior número de milésimos.

Um número inteiro pode ser escrito sob forma de decimal, bastando, para isso, colocar a vírgula e acrescentar-se zeros até à ordem pedida. Exemplo: 25 inteiros sob a forma de milésimos; escreve-se: 25,000.

RESUMO

Fração decimal é a que provém da divisão da unidade em 10, 100, 1000, etc., partes iguais. Número decimal é o número inteiro acompanhado de fração. O valor de uma fração decimal não se altera, acrescentando-se ou tirando-se zeros à sua direita. Para se multiplicar uma fração decimal por 10, 100, 1000, etc., basta mudar a vírgula de uma, duas, três casas, etc., para a direita. Para dividir uma fração decimal por 10, 100, 1000, etc., basta mudar a vírgula de uma, duas, três casas, etc., para a esquerda. Para comparar números decimais, devemos reduzi-los à mesma denominação do que tem maior número de ordens decimais. Um número inteiro pode ser escrito sob a forma decimal, colocando-se a vírgula e acrescentando-se zeros até a ordem pedida.

QUESTIONÁRIO

Que é fração decimal? E número decimal? Quais são as partes decimais da unidade? Como se escrevem frações decimais? E números decimais? Como se lêem frações decimais? E números decimais? Quais as propriedades das frações e números decimais? Como se comparam números decimais? Como se escreve um número inteiro sob forma de decimal?

EXERCÍCIOS E TESTES

1. Complete: *Fração decimal é* ....
Número decimal é ....

2. Sublinhe, entre parênteses, as palavras que completam melhor a frase: *A divisão da unidade em 100 partes dá:* .... (*partes decimais de 1.ª ordem — partes decimais de 2.ª ordem — partes decimais de 3.ª ordem*).

3. Risque a resposta certa: *Que ordem representa o algarismo 5 no número 102,527 ? Décimos. Centésimos. Milésimos. Milionésimos.*

4. Escreva: um décimo; mil e cinco centésimos; duzentos e vinte décimos; oitocentos e setenta e três milésimos; cinco inteiros e vinte e quatro décimos milésimos; quinhentos mil e cinco centésimos.

5. Leia: 0,749; 0,00056; 0,07456; 23,056; 254,001; 2,0045; 12,7654.

6. Escreva em ordem decrescente os números: 0,05; 0,055; 5,5; 55,50; 0,5; 0,005; 55,5; 55,05; 0,0005; 555,005.

7. Escreva em ordem crescente os números: 2,45; 3,67; 12,04; 1,208; 125,005; 0,007; 14,098; 1,798; 6,760.

8. Que acontece com o número 24,735 quando lhe suprimimos a vírgula ?

PROBLEMAS RESOLVIDOS

1. Quantos décimos pode-se obter com 2 inteiros, 5 inteiros, 3 inteiros e 5 décimos, 6 inteiros e 9 décimos, 7 inteiros e 3 décimos?

Resposta: 2 inteiros = 20 décimos; 5 inteiros = 50 décimos; 3 inteiros e 5 décimos = 35 décimos; 6 inteiros e 9 décimos = 69 décimos; 7 inteiros e 3 décimos = 73 décimos.

2. Quais são as duas ordens mais próximas dos milésimos? — dos centésimos milésimos? — dos décimos milionésimos?

Resposta: 1.º — As duas ordens mais próximas dos milésimos são: à esquerda, os *centésimos*; à direita, os *décimos milésimos*. 2.º — As duas ordens mais próximas dos centésimos milésimos são: à esquerda, os *décimos milésimos*; à direita, os *milionésimos*. 3.º — As duas ordens mais próximas dos décimos milionésimos são: à esquerda, os *milionésimos*; à direita, os *centésimos milionésimos*.

3. Quanto resta em milésimos num objeto do qual se tirou 253 milésimos?

Resposta: Restam: 1000 milésimos — 253 = 747 milésimos.

4. Um algarismo ocupa o sétimo lugar à direita da vírgula. Qual é o seu valor relativo?

Resposta: Êsse algarismo exprime *décimos milésimos*.

5. Quais são as unidades decimais mil vêzes menores que os décimos? E as cem vêzes menores que os centésimos?

Resposta: As unidades decimais mil vêzes menores que os décimos são os *décimos milésimos*; e as cem vêzes menores que os centésimos são também os *décimos milésimos*.

6. Quantos centésimos milésimos, milionésimos, bilionésimos há num décimo milésimo?

Resposta: 10 *centésimos milésimos*; 100 *milionésimos*; 100 000 *bilionésimos*.

OPERAÇÕES SÔBRE FRAÇÕES DECIMAIS

1. Adição de frações decimais. — Regra: Escrevem-se as frações ou os números decimais uns debaixo dos outros, de modo que as vírgulas fiquem em coluna vertical, isto é, décimos debaixo de décimos, centésimos debaixo de centésimos, etc.; depois, somam-se todos os números como se fôssem inteiros, e coloca-se a vírgula do resultado na mesma coluna das outras vírgulas. Exemplo:

$$42{,}25 + 8{,}326 + 14{,}9 = \begin{array}{r} 42{,}25 \\ 8{,}326 \\ 14{,}9 \\ \hline 65{,}476 \end{array}$$

2. Subtração de frações decimais. — Regra: Escreve-se o subtraendo debaixo do minuendo de forma que as vírgulas se correspondam. Subtraímos como se fôssem números inteiros e colocamos a vírgula do resultado na mesma coluna das outras vírgulas. Caso o número de algarismos decimais do subtraendo seja maior que o do minuendo, completamos neste, com zeros, as ordens que faltarem. Exemplo:

$$65{,}37 - 0{,}0625 = \begin{array}{r} 65{,}3700 \\ 0{,}0625 \\ \hline 65{,}3075 \end{array}$$

3. Multiplicação de frações decimais. — Regra: Multiplicam-se os números como se fôssem inteiros, e separam-se no

produto tantos algarismos para formarem a parte decimal quantos houver nas partes decimais dos fatôres. Exemplo:

$$4{,}326 \times 0{,}24 = \begin{array}{r} 4{,}326 \\ 0{,}24 \\ \hline 17304 \\ 8652 \\ \hline 1{,}03824 \end{array}$$

4. **Divisão de frações decimais.** — 1.º Caso — *O divisor é um número inteiro.* Regra: Faz-se a divisão como se o dividendo fôsse um número inteiro; depois, à direita do quociente, separam-se por uma vírgula tantas casas decimais quantas houver no dividendo. Exemplo:

$$26{,}328 \div 12 = \begin{array}{l|l} 26{,}328 & 12 \\ \hline 023 & 2{,}194 \\ \ \ 112 & \\ \ \ \ 048 & \\ \ \ \ \ 00 & \end{array}$$

2.º Caso — *O divisor é ainda inteiro mas o dividendo é menor que o divisor.* Regra: Acrescentam-se zeros ao dividendo (o que não lhe altera o valor) e procede-se como no 1.º caso. Exemplo:

$$0{,}6 \div 12 = \begin{array}{l|l} 0{,}60 & 12 \\ \hline 0 & 0{,}05 \end{array}$$

3.º Caso — *O divisor é um número decimal e ambos os têrmos têm o mesmo número de casas decimais.* Regra: Faz-se a divisão como se os números fôssem inteiros; se a divisão fôr exata, o quociente será inteiro. Exemplo:

$$12{,}35 \div 0{,}42 = \begin{array}{l|l} 12{,}35 & 0{,}42 \\ \hline 395 & 29 \\ \ \ 17 & \end{array}$$

Observação — A divisão não é exata. Se se deseja aproximação (até centésimos, por exemplo), coloca-se uma vírgula

junto ao quociente e um zero junto ao resto, continuando-se depois a divisão:

$$\begin{array}{l|l} 12{,}35 & 0{,}42 \\ \hline 395 & 29{,}40 \\ \ \ 170 & \\ \ \ \ 020 & \end{array}$$

4.º Caso — *Ambos os têrmos têm o mesmo número de casas decimais, mas o dividendo é menor que o divisor.* Regra: Colocam-se zero e vírgula no quociente e acrescentam-se, no dividendo, os zeros necessários à continuação da divisão. Exemplo:

$$0{,}49 \div 2{,}45 = \begin{array}{l|l} 0{,}490 & 2{,}45 \\ \hline 000 & 0{,}2 \end{array}$$

5.º Caso — *Os têrmos da divisão não têm o mesmo número de casas decimais.* Regra: Reduzem-se o dividendo e o divisor à mesma denominação, isto é, igualam-se, com zeros, as casas decimais, e efetua-se, em seguida, a divisão como se fôssem números inteiros; se se desejar aproximação, coloca-se a vírgula no quociente e os zeros necessários nos vários restos. Exemplos:

$$18{,}6 \div 1{,}24 = \begin{array}{l|l} 18{,}60 & 1{,}24 \\ \hline 0620 & 15 \\ \ \ 000 & \end{array}$$

$$12{,}789 \div 2{,}7 = \begin{array}{l|l} 12{,}789 & 2700 \\ \hline 19890 & 4{,}73 \\ 09900 & \\ \ \ 1800 & \end{array}$$

Observação — "Quando se faz uma *divisão não exata*, pode-se obter o *quociente com a aproximação decimal que se desejar*, bastando, para isso, acrescentar zeros ao dividendo. Suponhamos que desejamos dividir 85 por 6 com a aproximação de 0,001. Como 0,001 tem 3 casas decimais, acrescentamos 3 zeros ao dividendo e dividiremos 85,000 por 6."

EXERCICIOS E TESTES

1. Complete as igualdades:

a) 39,0045 + 0,9854 + ... = 36
b) ...... — 8,04 — 9,89 = 30,08
c) 4,52 × ...... = 3,7742
d) ...... ÷ 0,012 = 12

2. Efetue as adições:

a) 2,05 + 14,001 + 0,0356
b) 0,07 + 23,987 + 1,1659
c) 0,54 + 0,2305 + 54,096
d) 0,19 + 1,0050 + 0,1265

3. Efetue as subtrações:

a) 87,25 — 0,002
b) 12,09 — 1,987
c) 3,002 — 0,005
d) 125,8 — 74,82

4. Efetue as multiplicações:

a) 1,65 × 0,98
b) 23,02 × 13,860
c) 0,052 × 234,89
d) 0,009 × 8,345

5. Efetue as divisões:

a) 0,423 ÷ 0,015
b) 12,798 ÷ 2,462
c) 25,80 ÷ 5,67
d) 0,642 ÷ 2,024

6. Calcule as expressões:

a) 62,98 + 0,05 × 1,926
b) 4,725 — 0,78 × 23,45
c) 2,674 ÷ 2,6 + 4,36 × 0,5
d) 8,89 ÷ 2,40 — 1,07 ÷ 4,7
e) (5,7 + 8,50 ÷ 0,4) × 0,02
f) (0,06 + 3,245 ÷ 3,01) ÷ 1,24
g) 4,5 × (6,245 × 15,02 — 0,03)

7. Calcule o quociente de 0,87 por 5, com aproximação até milésimos.

8. Calcule o quociente de 4,9 por 7, com aproximação até décimos milésimos.

9. Calcule o quociente de 45,2 por 11, com aproximação até centésimos.

10. Torne cem vêzes maiores os números 0,956 e 12,734.
11. Torne mil vêzes maiores os números 546,92 e 34,129.
12. Divida por 10 os números 9,23 e 157,045.
13. Divida por 100 os números 234,987 e 1025,003.

PROBLEMAS RESOLVIDOS

1. Quanto é preciso subtrair de 1 945 milésimos para que o resto seja 685 décimos milésimos?
Resposta: 1,8765.

2. Se do quociente de 3,3448 por 0,904 subtrairmos 2,483, qual será o resto?
Resposta: 1,217.

3. Quanto devemos adicionar a 75 centésimos para que a soma seja igual a 382 décimos?
Resposta: 37,45.

4. Se dividirmos 1,104 por 2,3 e multiplicarmos o resultado pela metade de 3,6, qual será o produto?
Resposta: 0,864.

5. Qual o número cujo triplo somado a 0,29 dá 5,42?
Resposta: 1,71.

6. Por que número é preciso multiplicar 0,035 para se obter 0,000 000 01225 ?
Solução: 0,000 000 01225 ÷ 0,035 = 0,000 00035.

7. Os trilhos de uma estrada de ferro têm 5 metros e 40 de comprimento a 0°. Que intervalo é preciso deixar entre dois trilhos para que estejam em contato a 72 graus? O ferro se alonga por metro e por grau de 0,000 01235 de metro.
Solução: O intervalo deverá ser de: 0,000 01235 × 72 × 5,40 = = 0,004 80168 de metro.

CONVERSÃO DE FRAÇÕES ORDINÁRIAS EM DECIMAIS E VICE-VERSA

1. **Conversão de fração ordinária em decimal.** — Regra: Divide-se o numerador pelo denominador, acrescentando ao numerador tantos zeros quantos forem necessários para que se possa fazer a divisão, e, no quociente, separam-se tantas casas decimais quantos forem os zeros acrescentados. Exemplo: Converter $\frac{3}{5}$ em fração decimal:

$$\begin{array}{r|l} 30 & 5 \\ \hline 0 & 0{,}6 \end{array}$$

2. **Conversão de fração decimal em ordinária.** — Regra: Escreve-se no numerador a fração decimal sem a vírgula (que fica, assim, transformada em número inteiro), e, no denominador, a unidade seguida de tantos zeros quantos forem os algarismos da fração decimal dada; depois, simplificam-se os têrmos da fração resultante se tiverem um divisor comum. Exemplo: Converter 0,25 em fração ordinária:

$$0{,}25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

3. **Conversão de número decimal em fração ordinária.** — Regra: Escreve-se no numerador o número misto decimal sem a vírgula, e, no denominador, a unidade seguida de tantos zeros quantos forem as casas decimais do número dado; depois,

simplificam-se os têrmos da fração resultante, se tiverem um divisor comum. Exemplo: Converter 2,45 em fração decimal:

$$2{,}45 = \frac{245}{100} = \frac{49}{20} = 2\frac{2}{9}$$

4. **Dízimas periódicas.** — As frações decimais chamam-se também *dízimas*. Quando convertemos frações ordinárias em decimais, podemos obter *dízimas exatas*, *dízimas periódicas simples* e *dízimas periódicas compostas*.

a) *Dízima exata* — é a que provém de uma divisão exata e, por isso, exprime exatamente o valor da fração ordinária a que corresponde. Exemplo: $\frac{3}{5} = 0{,}6$ (dízima exata).

b) *Dízima periódica simples* — é a que consta de *períodos* (algarismos ou grupos de algarismos) que se repetem indefinidamente, porque a dízima provém de uma divisão que deixa sempre resto. Exemplo: $\frac{3}{11} = 0{,}272727\ldots$ (dízima periódica simples).

É evidente que a divisão pela qual se fêz a redução desta fração pode ser prolongada indefinidamente, os algarismos 2 e 7 se repetindo sempre na mesma ordem.

c) *Dízima periódica composta* — é aquela que, além dos *períodos*, repetidos indefinidamente, tem uma parte não periódica, logo depois da vírgula. Exemplo: $\frac{4}{15} = 0{,}2666\ldots$ (dízima periódica composta, em que 2 é a parte não periódica e 6 o período).

5. **Determinação da geratriz de uma dízima.** — *Fração geratriz de uma dízima periódica* é a fração ordinária da qual ela se originou. Dada uma dízima periódica, podemos determinar a fração geratriz dessa dízima. Dois casos devemos considerar:

a) *Geratriz de uma dízima periódica simples*: Para achar a geratriz de uma dízima periódica simples, *toma-se para nu-*

merador *um dos períodos e para denominador um número formado de tantos noves quantos os algarismos do período.* Exemplo:

$$0{,}424242\ldots = \frac{42}{99}$$

A fração $\frac{42}{99}$ é a geratriz da dízima 0,424242...

b) *Geratriz de uma dízima periódica composta*: Para achar a geratriz de uma dízima periódica composta, *toma-se para numerador a parte não periódica seguida de um dos períodos menos a parte não periódica; e, para denominador, um número formado de tantos noves quantos forem os algarismos do período, seguido de tantos zeros, quantos forem os algarismos da parte não periódica.* Exemplo:

$$0{,}45888\ldots = \frac{458 - 45}{900} = \frac{413}{900}$$

O numerador é a parte não periódica (45) seguida de um dos períodos (8) menos a parte não periódica (45). O denominador é formado de um 9 e de dois zeros, uma vez que cada período tem um algarismo e a parte não periódica dois algarismos.

Efetuada a subtração indicada, obtemos a fração $\frac{413}{900}$, que é a geratriz da dízima 0,45888...

EXPRESSÕES FRACIONÁRIAS

Expressões numéricas são quantidades representadas por números, com a indicação das operações que devem ser realizadas. Quando êsses números são frações ordinárias ou decimais, temos as *expressões fracionárias.*

Nas expressões numéricas ou fracionárias usam-se os chamados *sinais de agregação: parênteses* ( ), *colchêtes* [ ] e *chaves* { } para indicar a ordem em que devem ser feitas as

operações. As que estiverem dentro dêsses sinais devem ser efetuadas antes das outras operações.

Para achar o resultado de uma expressão numérica ou fracionária, efetuam-se, em primeiro lugar, as multiplicações e as divisões e, depois, as somas e as subtrações. Quando as operações de adição e subtração, ou de multiplicação e divisão estiverem indicadas consecutivamente devem ser efetuadas na ordem em que se apresentam.

Se houver *sinais de agregação*, resolve-se, primeiro, o que estiver dentro dos *parênteses*, em seguida o que estiver dentro dos *colchêtes* e, finalmente, o que estiver dentro das *chaves.*

RESUMO

Para converter uma fração ordinária em decimal, divide-se o numerador pelo denominador. Para converter uma fração decimal em ordinária, escreve-se no numerador a fração decimal sem a vírgula e, no denominador, a unidade seguida de tantos zeros quantos forem os algarismos da fração decimal. Para converter um número decimal em fração ordinária, escreve-se no numerador o número misto decimal sem a vírgula e, no denominador, a unidade seguida de tantos zeros quantos forem as casas decimais do número dado. Quando convertemos frações ordinárias em decimais, podemos obter dízimas exatas, dízimas periódicas simples e dízimas periódicas compostas. Expressões numéricas são quantidades representadas por números com a indicação das operações que devem ser efetuadas.

QUESTIONÁRIO

Qual a regra para converter uma fração ordinária em decimal? E a regra para converter uma fração decimal em ordinária? E a regra para converter um número decimal em fração ordinária? Como se dividem as dízimas? Que é uma dízima exata? E uma dízima periódica simples? E uma dízima periódica composta? Que é fração geratriz de uma dízima periódica? Como se acha a geratriz de uma dízima periódica simples? E a geratriz de uma dízima periódica composta? Que são expressões numéricas? E fracionárias? Como devem ser calculadas?

EXERCÍCIOS E TESTES

1. Complete: *Quando convertemos frações ordinárias em decimais podemos obter dízimas* ....
2. Sublinhe as dízimas periódicas compostas da lista: 0,515151... 0,999... 0,35454... 0,676767... 0,101010... 0,324343...
3. Converta em fração ordinária as frações decimais: 0,35; 0,65; 0,48; 0,036; 0,875; 0,304; 0,625.

4. Converta em fração ordinária os números decimais: 2,75; 14,4; 24,08; 9,275; 102,246; 28,098; 165,368.

5. Converta em fração decimal as frações ordinárias: $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{7}{35}$.

6. Converta em fração decimal os números mistos: $2\frac{1}{5}$, $3\frac{2}{7}$, $5\frac{4}{9}$.

7. Escreva: a) 3 exemplos de dízimas periódicas simples; b) 3 exemplos de dízimas periódicas compostas.

8. Determine a geratriz de:

a) 0,0666...
b) 0,999...
c) 0,58787...
d) 0,245245...
e) 0,013434...
f) 0,4275275...

9. Efetue:

a) 0,555... + 0,777...
b) 0,6565... — 0,2424...
c) 0,3232... × 0,4646...
d) 0,4848... ÷ 0,1414...

EXPRESSÕES FRACIONÁRIAS (com os resultados)

1) $\frac{7}{9} - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{15}\right) = \frac{49}{90}$

2) $\frac{4}{7} - 3\left(\frac{4}{5} - \frac{11}{15}\right) = \frac{13}{35}$

3) $\frac{1}{7} + \frac{6}{385} - \left(\frac{3}{35} + \frac{4}{55}\right) = 0$

4) $3\frac{2}{5} \div \left(2\frac{1}{3} + 1\frac{5}{7}\right) = \frac{12}{25}$

5) $4\left[5\left(\frac{4}{9} + \frac{2}{5}\right) - 4\left(\frac{3}{7} - \frac{3}{15}\right)\right] = 13\frac{73}{315}$

6) $6 + \left[\left(\frac{7 \times 4 \times 15}{8 \times 5 \times 14} + 75\right) \times \frac{1}{4}\right] = 24\frac{15}{16}$

7) $\left(\frac{7}{5} - \frac{2}{8}\right) \times \left(4\frac{3}{4} + 5\frac{8}{9} + 3\frac{2}{8}\right) = 15\frac{35}{36}$

8) $\left[4\frac{1}{5} - \frac{1}{2} + 5\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{7}\right) \div 2\right] \times \frac{1}{3} - \frac{8}{100} = 1\frac{1733}{3150}$

9) $\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) \div \frac{11}{60} - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right) \times \frac{9}{15} = 4\frac{17}{20}$

10) $\left[\left(1\frac{1}{2} \text{ de } \frac{4}{9}\right) - \left(\frac{2}{3} \text{ de } \frac{5}{6}\right)\right] \div \left[\left(\frac{2}{3} - \frac{4}{7}\right) \times \left(\frac{4}{5} - \frac{5}{8}\right)\right] = 6\frac{2}{3}$

SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

1. Sistema métrico decimal. — É o conjunto de pesos e medidas que têm por base o *metro* e cujas relações entre as unidades da mesma espécie são *decimais*. O sistema métrico é empregado na avaliação das diferentes grandezas que se nos deparam na vida prática, como comprimentos, volumes, massas, etc.

2. Histórico do sistema métrico. — Os antigos sistemas de pesos e medidas apresentavam três inconvenientes principais:

a) *Não eram uniformes* — Cada país possuía o seu sistema particular. As medidas variavam, às vêzes, de uma localidade para outra, o que ocasionava divergências e discussões na avaliação das grandezas.

b) *Não eram estáveis* — As medidas escolhidas arbitràriamente mudavam com o tempo e as circunstâncias, o que acarretava grandes dificuldades, principalmente para o comércio.

c) *Não eram simples* — As medidas não se dividiam na razão decimal. As unidades secundárias eram muito numerosas e deduziam-se irregularmente das unidades principais, o que tornava os cálculos longos e difíceis.

Em virtude dêsses inconvenientes, tornou-se indispensável uma reforma dos antigos sistemas de pesos e medidas. Em 1790, Luís XVI, rei da França, solicitou à *Academia de Ciências de Paris* que realizasse essa reforma. Uma comissão de sábios dessa Academia estabeleceu, então, um sistema *decimal* de pesos e medidas, tendo como unidade fundamental a *décima milionésima parte do quadrante do meridiano terrestre*. A essa unidade deu-se o nome de *metro*. (1)

(1) O *meridiano* é um círculo que passa pelos pólos e divide a Terra em duas partes iguais.
Quadrante é a quarta parte da circunferência.

O cálculo do quadrante do meridiano terrestre foi feito por Méchain e Delambre. Para isso, mediram o arco do meridiano terrestre compreendido entre as cidades de Barcelona e Dunquerque, daí calculando o comprimento do quadrante do meridiano terrestre.

Foi construído o metro padrão de platina iridiada, o qual se encontra na Repartição de Pesos e Medidas, em Sèvres, na França. Mais tarde, verificou-se que êsse padrão é um pouco menor que a décima milionésima parte do quadrante do meridiano terrestre. Mas foi conservado o padrão, que passou a ser *medida convencional*.

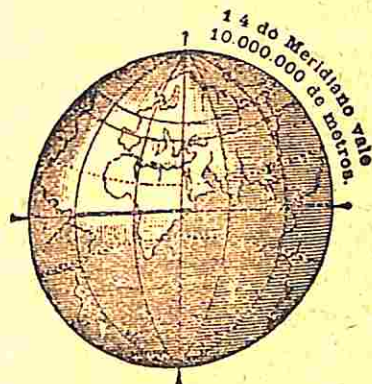
No Brasil, o uso do sistema métrico decimal é obrigatório desde 1874. Atualmente, quase todos os países do mundo adotam o sistema métrico decimal.

3. Unidades do sistema métrico. — As unidades fundamentais do sistema métrico decimal são:

a) o *metro* (de que se originam tôdas as outras) — unidade de comprimento, que representa, como vimos, a décima milionésima parte de um quarto do meridiano terrestre;

b) o *quilograma* — unidade de massa, que representa a massa de um decímetro cúbico de água destilada, pesado no vácuo e na temperatura de 4 graus centígrados, no máximo de densidade;

c) o *segundo* — unidade de tempo, que representa $\frac{1}{86400}$ do dia solar médio.

4. Múltiplos e submúltiplos. — Além das unidades fundamentais, existem os múltiplos e submúltiplos dessas unidades. Para designar os *múltiplos* são empregados, no sistema métrico, os seguintes prefixos gregos: *deca*, *hecto*, *quilo* e

míria, que significam, respectivamente, *dez*, *cem*, *mil* e *dez mil*. Para designar os *submúltiplos* empregam-se os seguintes prefixos: *deci*, *centi* e *mili*, que significam, respectivamente, *décimo*, *centésimo* e *milésimo*.

Múltiplos são, por conseguinte, as medidas superiores, que valem dez, cem, mil, dez mil vêzes a unidade principal; e, *submúltiplos*, são as medidas inferiores, dez, cem, mil vêzes menores que a unidade principal.

Unidades secundárias				
Múltiplos	deca	= 10		(da)
	hecto	= 100		(h)
	quilo	= 1000		(k)
	míria	= 10000		(ma)
Submúltiplos	mili	= 0,001	ou milésima parte	(m)
	centi	= 0,01	ou centésima parte	(c)
	deci	= 0,1	ou décima parte	(d)

5. Medidas reais e imaginárias. — As medidas podem ser: a) *reais* ou *efetivas*, quando servem, efetivamente, para medir, isto é, quando existem materialmente, como o metro, o quilograma, etc.; b) *imaginárias* ou *fictícias*, quando não são representadas materialmente, isto é, quando não podem ser manejadas, existindo apenas para os cálculos, como o quilômetro, o metro quadrado, etc.

RESUMO

Sistema métrico decimal é o conjunto de pesos e medidas que têm por base o metro e cujas relações entre as unidades da mesma espécie são decimais. Os antigos sistemas de pesos e medidas tinham 3 inconvenientes: a) não eram uniforme; b) não eram estáveis; c) não eram simples. Por isso, em 1790 foi estabelecido um novo sistema tendo como unidade básica o metro, que é a décima milionésima parte de um quarto do meridiano terrestre. As unidades fundamentais do sistema métrico são: o metro, o quilograma e o segundo. Para designar os múltiplos dessas unidades são empregados os prefixos: deca, hecto, quilo e míria. Para designar os submúltiplos empregam-se os prefixos: deci, centi e mili. As medidas podem ser reais ou efetivas e imaginárias ou fictícias.

QUESTIONÁRIO

Que é o sistema métrico? Em que é empregado o sistema métrico? Quais os inconvenientes dos antigos sistemas de pesos e medidas? Quem realizou a reforma dos antigos sistemas de pesos e medidas? Qual a unidade básica escolhida? Que representa ela? Quem fêz o cálculo do meridiano terrestre? Onde se encontra o metro padrão de platina? Quais são as unidades fundamentais do sistema métrico? Quais são os múltiplos do sistema métrico? E os submúltiplos? Que são medidas reais? E medidas imaginárias?

EXERCÍCIOS E TESTES

1. Complete: *Sistema métrico decimal é o* ....

2. Sublinhe, nos parênteses, as palavras que completam a frase: *Os antigos sistemas de pesos e medidas não eram* .... (*complexos — simples — instáveis — uniformes — heterogêneos — estáveis*).

3. Risque a resposta certa: — *Quem solicitou à Academia de Ciências de Paris a reforma dos sistemas antigos de pesos e medidas? (Henrique IV — Napoleão I — Luís VI — Carlos V).*

4. Ordene esta sentença: *quadrante do terrestre parte décima milionésima meridiano a do é metro O.*

5. Numere a segunda coluna de acôrdo com a primeira:

(1) *deca*	( ) 1 000
(2) *hecto*	( ) 10 000
(3) *quilo*	( ) 100
(4) *míria*	( ) 10
(5) *deci*	( ) 0,001
(6) *centi*	( ) 0,1
(7) *mili*	( ) 0,01

MEDIDAS DE COMPRIMENTO

1. Medidas de comprimento. — São as que servem para avaliar *linhas*, como o comprimento de uma tábua, de uma peça de fazenda, de uma estrada de rodagem, etc. A unidade fundamental de comprimento é o *metro*, cujo símbolo é *m* e representa:

a) *aproximadamente*, a décima milionésima parte de um quarto do meridiano terrestre;

b) *exatamente*, a distância, à temperatura de zero graus centígrados, dos eixos dos dois traços médios gravados sôbre a barra de platina iridiada depositada na Repartição Internacional de Pesos e Medidas e considerada como o protótipo do metro.

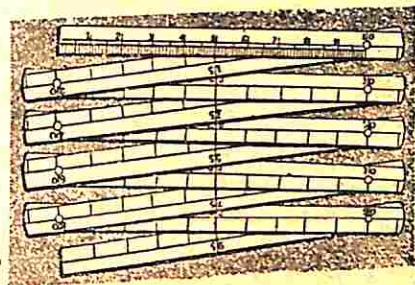
2. Múltiplos e submúltiplos do metro. — Os *múltiplos* do metro são:

a) o *decâmetro* (dam), que vale 10 metros;
b) o *hectômetro* (hm), que vale 100 metros;
c) o *quilômetro* (km), que vale 1000 metros;
d) o *miriâmetro* (mam), que vale 10000 metros;

Os *submúltiplos* do metro são:

a) o *decímetro* (dm), que vale a décima parte do metro;
b) o *centímetro* (cm), que vale a centésima parte do metro;
c) o *milímetro* (mm), que vale a milésima parte do metro.

Observação — O *decâmetro* é sòmente empregado na medição de terrenos; o *quilômetro* serve para avaliar distâncias

geográficas, como a distância de uma cidade a outra, etc.; o *miriâmetro* está em desuso. Para medir distâncias marítimas, pode ser utilizada a *milha marítima internacional*, que equivale a 1852 m. Para medir comprimentos inferiores a mm, emprega-se, nos laboratórios, o *micro*, que equivale a 0,000 001 do metro.

Metro articulado

3. Medidas efetivas de comprimento. — As medidas efetivas de comprimento, isto é, as que existem concretamente e podemos manejar, são:

a) o *decímetro* — régua de metal ou de madeira;
b) o *duplo-decímetro* — régua de metal ou de madeira;
c) o *metro* — régua rija ou articulada;
d) o *duplo-metro* — régua rija ou articulada;
e) o *decâmetro* — trena e corrente;
f) o *duplo-decâmetro* — trena e corrente.

4. Leitura e escrita das medidas de comprimento. — As unidades de comprimento, sendo de dez em dez vêzes maiores ou menores, são escritas e lidas como números decimais. Para indicarmos a unidade escolhida, escrevemos o sinal pelo qual é designada abreviadamente à direita do número. Exemplo: *vinte e três decâmetros e quarenta e sete decímetros*, escrevemos: 23,47 dam.

Fazemos a leitura de um número que exprime um comprimento enunciando a parte inteira seguida do nome da unidade e depois a parte decimal acompanhada do nome da unidade que representa o último algarismo decimal. Exemplo: 568,025 hm, lemos: *quinhentos e sessenta e oito hectômetros e vinte e cinco decímetros.*

5. Mudança de unidade de comprimento. — Como cada unidade vale 10 vêzes a unidade vizinha inferior, para passar-

mos de uma unidade qualquer para outra, basta multiplicá-la ou dividi-la por 10, 100, 1000, etc., conforme a mudança em vista; para isto, devemos lembrar que podemos multiplicar ou dividir um número por 10, 100, 1000, etc., deslocando a vírgula de 1, 2, 3, etc., ordens decimais para a direita ou para a esquerda.

Exemplo: passar para decâmetros o número 42578,6 cm. Como o decâmetro vale 1000 centímetros, basta que dividamos por 1000 o número 42578,6; encontramos 42,5786 dam.

6. Cálculo do perímetro. — *Perímetro* de um quadrado, de um retângulo, ou de qualquer outro polígono, é a *soma dos seus lados*. Para avaliar, por exemplo, o perímetro de um quadrado, basta, portanto, ver quanto mede a soma dos seus lados. Suponhamos que o quadrado, cujo perímetro desejamos medir, tenha 1,20 m de lado. Como os quatro lados de um quadrado são iguais, teremos: 1,20 m + 1,20 m + 1,20 m + 1,20 m = 4,80 m ou, para abreviar a soma: 1,20 m × 4 = 4,80 m.

Para avaliar o perímetro de um retângulo, basta também verificar quanto mede a soma dos seus lados. Suponhamos que o retângulo, cujo perímetro desejamos medir, tenha 15 m de comprimento e 10 m de largura. Como os lados do retângulo são iguais dois a dois, o perímetro do retângulo é igual a duas vêzes o comprimento mais duas vêzes a largura. Assim, teremos: 15 m + 15 m + 10 m + 10 m = 50 m.

RESUMO

Medidas de comprimento são as que servem para avaliar linhas. A unidade fundamental de comprimento é o metro. Os múltiplos do metro são: o decâmetro, o hectômeto, o quilômetro, o miriâmetro. Os submúltiplos são: o decímetro, o centímetro e o milímetro. As medidas efetivas de comprimento são: o decímetro, o duplo-decímetro, o metro, o duplo-metro, o decâmetro e o duplo-decâmetro. As unidades de comprimento, sendo de dez em dez vêzes maiores ou menores, são escritas e lidas como números decimais.

QUESTIONÁRIO

Para que servem as medidas de comprimento? Qual é a unidade fundamental de comprimento? Que representa o metro? Quais são os múltiplos do metro? E os submúltiplos? Quais são as medidas efetivas de comprimento? Como se escrevem e se lêem as medidas de comprimento? Como se muda de uma unidade de comprimento para outra?

EXERCÍCIOS E TESTES

1. Complete: *Medidas de comprimento são as que servem para avaliar* .... *O metro representa, aproximadamente,* ....

2. Sublinhe o múltiplo do metro que vale 100 metros: *quilômetro — decâmetro — miriâmetro — hectômetro.*

3. Risque, nos parênteses, o submúltiplo que vale 0,001 do metro: (*decímetro — centímetro — milímetro*).

4. Leia: 461,78 m; 0,9 m; 245,6 dam; 43,005 km; 9,57 dm; 83,691 hm; 7,4 cm.

5. Escreva:
   a) 7 decâmetros e 85 centímetros.
   b) 5 hectômetros, 4 metros e 9 centímetros.
   c) 8 quilômetros e 65 metros.

6. Escreva por extenso:
   a) 9,6 m
   b) 45,9 dam
   c) 97,002 km
   d) 1,50 dm
   e) 23,379 hm
   f) 4,6 cm

7. Reduza:
   a) 7,5 m a dm
   b) 29,47 dam a hm
   c) 63,54 cm a m
   d) 90 mam a km
   e) 0,005 m a mm
   f) 0,009 hm a km
   g) 3 dm a dam
   h) 68 km a m

8. Escreva o que se pede:
   a) A quantos metros correspondem 8 dam? E 6 hm? E 2 km?
   b) Quantos metros há em 5 hm e meio? E em 7 km e meio?
   c) Quantos metros vale um duplo decâmetro?
   d) Quantos centímetros vale um duplo metro?
   e) Qual a medida 100 vêzes menor do que o dam?
   f) Qual a medida 10 vêzes maior que 2,5 hm?

9. Efetue:
   a) 6,75 m + 4 dam + 73,49 cm = ... hm
   b) 8,46 m — 3 m = ... cm
   c) 6,92 m × 5 m = ... dm

PROBLEMAS RESOLVIDOS

1. Um trem percorre 156 km em 2 horas. Quantos metros percorre por minuto?

Solução: 2 horas = 120 minutos. 156 km = 156 000 metros. O trem percorre por minuto: 156 000 ÷ 120 = 1 300 metros.

2. Um livro de 408 páginas tem uma espessura de 1,9 cm. Qual é a espessura de um folheto de 2 páginas?

Solução: Número de folhetos: 408 ÷ 2 = 204 folhetos. Espessura de um folheto: 1,9 cm ÷ 204 = 0,000 093 m.

3. O som percorre 340 m por segundo. A que distância do canhão se acha uma pessoa que ouve o ruído 13 segundos depois do tiro?

Solução: A referida pessoa acha-se a uma distância: 340 × 13 = = 4 420 metros.

4. Caminhando com a velocidade de 100 passos por minuto, um homem percorreu, em 52 minutos, uma certa distância. Qual será essa distância, sabendo-se que 13 dêsses passos valem 1 decâmetro?

Solução: Número de passos em 52 minutos: 100 × 52 = 5 200 passos. Distância percorrida: 5 200 ÷ 13 = 400 decâmetros ou 4 km.

5. Dois ciclistas partem do Rio de Janeiro às 3 horas da madrugada para visitar uma cidade que fica a 364,5 km de distância. A velocidade de um é de 36,45 km por hora, e a de outro é de 40,5 km por hora. A que horas chegarão um e outro?

Solução: Número de horas que o 1.º ciclista gastará na viagem: 364,5 ÷ 36,45 = 10 horas. Chegará às: 3 horas + 10 horas = 13 horas, isto é, 1 hora da tarde. Número de horas que gastará o 2.º ciclista: 364,5 ÷ 40,5 = 9 horas. Chegará 1 hora antes do outro, isto é, às 12 horas (meio-dia).

6. Uma estrada é sombreada de ambos os lados por árvores colocadas de 8 em 8 metros. Quantas árvores há num comprimento de 6 840 m?

Solução: Há (6 840 ÷ 8 = 855) × 2 = 1 710 árvores.

7. Um agrimensor mediu o comprimento de um terreno e achou 378 metros. Verificou depois que a fita metálica do seu decâmetro tinha um excesso de 14 milímetros no seu comprimento. Qual o comprimento real do terreno?

Solução: A fita do decâmetro media realmente 10,014 m. Como o agrimensor estendeu-a 37,8 vêzes sôbre o terreno, o comprimento dêste mede: 10,014 m × 37,8 = 378,52 m.

8. As rodas maiores de um carro têm 2,25 m de circunferência, e as menores 1,44 m. Quantas voltas mais do que as maiores darão as menores numa distância de 13,212 km?

Solução: As rodas maiores darão: 13,212 ÷ 2,25 = 5 872 voltas. As menores darão: 13,212 ÷ 1,44 = 9 175 voltas. As rodas menores darão 9 175 — 5 872 = 3 303 voltas a mais do que as grandes.

9. Quantos dias levaria, para dar a volta à Terra, quem pudesse andar, em linha reta, 12 horas por dia, fazendo 5 km por hora? Circunferência da Terra ≐ 40 000 km.

Solução: Para dar volta à Terra, andando 5 × 12 = 60 km por dia, precisaria: 40 000 ÷ 60 = 666,66 dias.

10. As rodas de uma locomotiva têm 4,50 m de circunferência. Quantas voltas fazem essas rodas por minuto, sabendo-se que a locomotiva percorre 63 km por hora?

Solução: Por minuto, as rodas percorrem: 63 000 metros ÷ 60 = = 1 050 metros.

Em 1 minuto as rodas farão tantas voltas quantas vêzes 4,50 m de circunferência estiverem contidos em 1 050 metros, que é o espaço percorrido. Assim, 1 050 ÷ 4,50 = 233 voltas.

MEDIDAS DE SUPERFÍCIE

1. **Medidas de superfície.** — São as que servem para avaliar a extensão com duas dimensões (*comprimento* e *largura*), como a área de um terreno, de um campo, etc. Chama-se *área* uma superfície medida. A unidade fundamental de superfície é o *metro quadrado*, cujo símbolo é m^2 e que representa *a área de um quadrado que tem um metro de lado*, isto é, que tem um metro de comprimento e um metro de largura.

2. **Múltiplos e submúltiplos do metro quadrado.** — Os *múltiplos* do metro quadrado são:

a) o *decâmetro quadrado* (dam^2), que vale 100 metros quadrados;

b) o *hectômetro quadrado* (hm^2), que vale 10 000 metros quadrados;

c) o *quilômetro quadrado* (km^2), que vale 1 000 000 de metros quadrados;

d) o *miriâmetro quadrado* (mam^2), que vale 100 000 000 de metros quadrados.

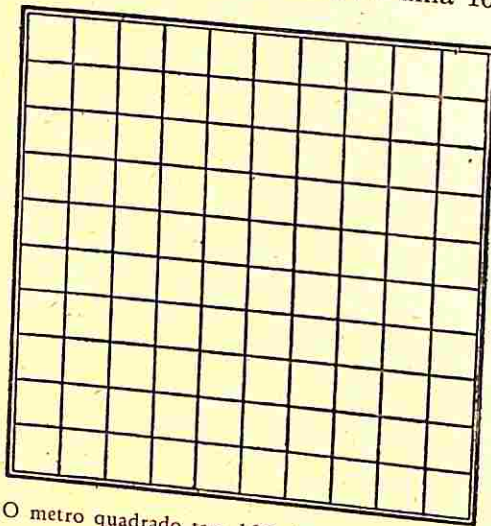
Os *submúltiplos* do metro quadrado são:

a) o *decímetro quadrado* (dm^2), que vale 0,01 do metro quadrado;

b) o *centímetro quadrado* (cm^2), que vale 0,0001 do metro quadrado;

c) o *milímetro quadrado* (mm^2), que vale 0,000 001 do metro quadrado.

Observação — Como se vê, cada unidade de superfície vale 100 vêzes mais ou 100 vêzes menos que a sua imediata. Os múltiplos do metro quadrado empregam-se para avaliar

grandes superfícies, como países, Estados, florestas, etc. Os submúltiplos são utilizados na avaliação de pequenas superfícies, como a de um livro, de uma fôlha de papel, etc. Não há *medidas efetivas* para as superfícies, as quais são avaliadas por meio das unidades de comprimento.

O metro quadrado tem 100 decímetros quadrados

3. **Leitura e escrita das medidas de superfície.** — Como as medidas de superfície são 100 vêzes maiores ou menores umas que as outras, *precisamos sempre de dois algarismos para representar cada múltiplo ou submúltiplo*. Obedecido êste princípio, torna-se fácil lêr ou escrever qualquer número que represente áreas ou superfícies. "Se o número tiver para unidade o *metro quadrado*, as duas primeiras ordens indicam *decímetros quadrados*; as duas seguintes, centímetros quadrados; as outras duas *milímetros quadrados*, etc. Se o número exprimindo área tiver para unidade o *quilômetro quadrado*, as duas primeiras ordens decimais indicam *hectômetros quadrados*; as duas seguintes, *decâmetros quadrados*; as outras duas, *metros quadrados*, e assim sucessivamente."

Para ler, portanto, um número exprimindo área, é preciso dividir a parte decimal em grupos de dois algarismos; lê-se, então, primeiro a parte inteira e, em seguida, a parte decimal acompanhada do último grupo. Exemplo: 35,387465 m², lê-se: 35 *metros quadrados*, 387465 *milímetros quadrados*.

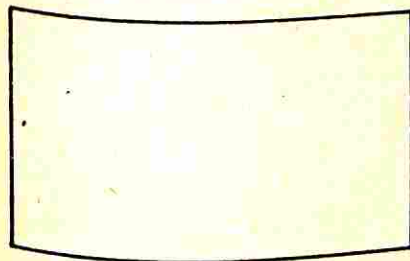
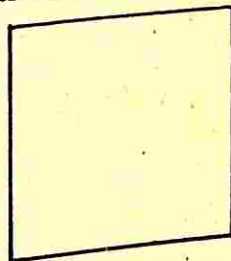
Escrevemos um número que exprime área como um número decimal, indicando à direita do último algarismo a unidade escolhida. Exemplo: 5 metros quadrados e 8 decímetros quadrados, escreve-se: 5,08 m²; 14 metros quadrados e 55 centímetros quadrados, escreve-se: 14,0055 m²; 304 quilômetros quadrados e 5 decâmetros quadrados, escreve-se: 304,0005 km².

4. **Mudança de unidade de superfície.** — Para reduzir unidades maiores a menores ou vice-versa, *desloca-se a vírgula, de duas em duas casas, para a direita ou para a esquerda*, até a unidade pedida. Exemplo: Reduzir 65874,4390 m² a decâmetros quadrados. Deslocando-se a vírgula duas casas para a esquerda, teremos: 658,744390 dam².

5. **Medidas agrárias.** — São as medidas empregadas para avaliar as áreas de terrenos geralmente produtivos, como chácaras, pastos, fazendas, etc. A unidade principal das medidas agrárias é o *are*, cujo símbolo é *a*, e que vale 1 decâmetro quadrado.

O are só tem um múltiplo, o *hectare* (ha), que vale 100 ares ou 1 hm². Só existe um submúltiplo do are, o *centiare* (ca), que é a centésima parte do are e vale 1 m².

Assim, 1 hectare tem 100 ares e 1 are tem 100 centiares; são, portanto, necessárias duas ordens ou casas para cada denominação.

6. **Cálculo da área.** — Medir ou avaliar uma *superfície* é ver quantas vêzes ela contém uma outra superfície tomada

Retângulo

Quadrado

como unidade de medida. O número de vêzes que a unidade de superfície se acha contida na superfície que se pretende medir tem o nome de *área*. Portanto, *área* é o número que exprime a medida de uma superfície. A unidade de superfície, como vimos, é o *metro quadrado* ou um quadrado que tem um metro de lado.

Para achar a área de um retângulo ou de um quadrado, mede-se o comprimento e a largura do retângulo ou do quadrado e multiplica-se o comprimento pela largura. Como a largura de um quadrado é sempre igual ao seu comprimento, diz-se que, para achar a área de um quadrado, basta multiplicar seu lado por êle próprio, ou seja elevar o lado ao quadrado.
Exemplos:

a) Qual a área de um quadrado que tem 6,10 m de lado?
Solução: *Área* = 6,10 m × 6,10 m = 37,21 m².

b) Qual a área de um retângulo de 6,15 m de comprimento por 4 m de largura?
Solução: *Área* = 6,15 m × 4 m = 24,60 m².

RESUMO

Medidas de superfície são as que servem para avaliar a extensão com duas dimensões (comprimento e largura). A unidade fundamental de superfície é o metro quadrado que representa a área de um quadrado que tem 1 metro de lado. Os múltiplos do metro quadrado são: o decâmetro quadrado, o hectômetro quadrado, o quilômetro quadrado e o miriâmetro quadrado. Os submúltiplos são: o decímetro quadrado, o centímetro quadrado e o milímetro quadrado. Como as medidas de superfície são 100 vêzes maiores ou menores umas que as outras, são precisos dois algarismos para representar cada múltiplo ou submúltiplo. Medidas agrárias são as empregadas para avaliar chácaras, fazendas, etc. A unidade principal é o are, que só tem um múltiplo, o hectare, e um submúltiplo, o centiare.

QUESTIONÁRIO

Que são medidas de superfície? Que é área? Qual a unidade fundamental de superfície? Quais os múltiplos do metro quadrado? E os submúltiplos? Como se lêem e se escrevem as medidas de superfície? Como se faz a mudança de unidade? Que são medidas agrárias? Qual a unidade principal das medidas agrárias? Quais os múltiplos dessa unidade? E os submúltiplos?

EXERCÍCIOS E TESTES

1. Complete: *Medidas de superfície são as que servem para* .... *O metro quadrado representa* ....

2. Sublinhe a resposta certa: — *Qual o valor do decímetro quadrado?* (0,01 do m² — 0,000 001 do m² — 0,0001 do m²).

3. Numere a segunda coluna de acôrdo com a primeira:

(1)	dam²	( )	100 000 000 m²
(2)	hm²	( )	1 000 000 m²
(3)	km²	( )	100 m²
(4)	mam²	( )	10 000 m²

4. Leia: 5,78 m²; 135,002 dam²; 0,0240 cm²; 14,85 km²; 189,004523 mam².

5. Escreva:

a) 5 metros quadrados e 49 decímetros quadrados;
b) 23 hectômetros quadrados, 45 metros quadrados e 2 decímetros quadrados;
c) 50 decâmetros quadrados e 24 metros quadrados;
d) 4 quilômetros quadrados e 37 decâmetros quadrados.

6. Escreva por extenso:

a) 15,4320 km²;
b) 64,6783 hm²;
c) 97,7802 dm²;
e) 0,96 m²;
f) 7,0247 dam²;
g) 13,25 km².

7. Reduza:

a) 325,78 m² a cm²;
b) 849 dm² a dam²;
c) 47,21 dam² a hm²;
e) 397,25 dm² a hm²;
f) 672 km² a m²;
g) 457 cm² a dam².

8. Escreva:

a) 9 hectares e 27 ares;
b) 5 ares e 56 centiares;
c) 672 hectares e 34 centiares.

9. Escreva por extenso:

a) 72 a;
b) 5,1329 ha;
c) 452 a;
d) 76,02 ha.

10. Reduza:

a) 45 ha a a;
b) 68 ca a dm²;
c) 92,35 hm² a ha;
d) 35,4967 dam² a ca;
e) 17,3208 ha a m²;
f) 17 dam² a ha.

11. Efetue:

a) 5 a + 4 dam² + 5,87 ha = ... ca;
b) 68 hm² — 24 a = ... ha.

PROBLEMAS RESOLVIDOS

1. Um pátio quadrado tem 36,5 m de lado. Qual é a sua superfície?

Solução: A superfície dêsse pátio é: 36,5 m × 36,5 m = 1 332,25 m².

2. Qual é a superfície de um jardim retangular que tem 54 m de comprimento por 37 m de largura?

Solução: A superfície do jardim é: 54 m × 37 m = 1 198 m².

3. Um livro possui 475 páginas tendo, cada uma, 0,26 m de largura por 0,18 m de comprimento. Que superfície poderia ser coberta com essas páginas destacadas do livro e colocadas uma ao lado da outra?

Solução: Superfície duma página: 0,26 m × 0,18 m = 0,0468 m². Superfície coberta pelas 475 páginas: 0,0468 m² × 475 = 22,23 m².

4. Quantos paralelepípedos de 256 cm² são necessários para calçar uma rua de 865 m²?

Solução: São necessários: 865 ÷ 0,0256 = 33 789 paralelepípedos.

5. Qual é o valor de um quadro de 3 m de altura por 2,30 m de largura a 12 cruzeiros o dm²?

Solução: O valor do quadro é de: (3 × 2,3 × 100 = 690 dm²) × 12 = Cr$ 8 280,00.

6. Um terreno retangular tem 158 dam² de superfície e seu comprimento é de 460 metros. Calcular: a) sua largura; b) seu perímetro; c) seu valor à razão de Cr$ 25 000,00 o hectômetro quadrado.

Solução: a) largura do terreno: 158 700 m ÷ 460 m = 345 metros.
b) perímetro do terreno: 460 m + 460 m + 345 m = = 1 610 metros.
c) a superfície do terreno é de: 460 m × 345 m = 158 700 m² ou 15,87 hm². O terreno vale: 25 000 cruzeiros × 15,87 = 396 750 cruzeiros.

7. A pedra de uma escola tem um comprimento de 1,85 m e faltam-lhe 30 cm² para ter 3 m². Calcular sua largura.

Solução: A superfície da pedra é de: 3 — 0,0030 = 2,9970. A largura da pedra é de: 2,9970 ÷ 1,85 = 1,62 m.

8. Numa chácara de 5 ha e 8 a, fêz-se um caminho de 380 m de comprimento e 6,80 m de largura. A quanto se acha reduzida a superfície da chácara?

Solução: A superfície acha-se reduzida a: 58 800 — (380 × 6,80) = 48 216 m² ou 4 ha 82 a 16 ca.

9. A venda da couve plantada numa horta de 492 ares de superfície rendeu 369 cruzeiros. Qual foi o lucro por hectare?

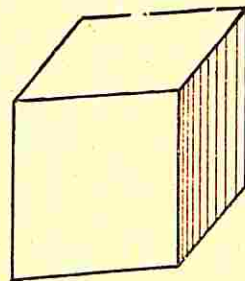
Solução: Cada hectare rendeu: 369 ÷ 4,92 = 75 cruzeiros.

10. Dois campos têm juntos 3 ha. Um tem 125 m² mais do que o outro. Qual é a superfície de cada um?

Solução: A superfície do menor é de: (30 000 — 125) ÷ 2 = 14 937 m² ou 1 ha 50 a 37 ca.

A superfície do maior é de: 14 937,5 + 125 = 15 062,5 m² ou 1 ha 50 a 62 ca.

MEDIDAS DE VOLUME

1. Medidas de volume. — São as que servem para avaliar a extensão com três dimensões (*comprimento, largura* e *altura*), como o volume de uma caixa, o conteúdo de um reservatório, etc. A unidade fundamental de volume é o *metro cúbico*, cujo símbolo é m^3 e que representa o *volume de um cubo que tem 1 metro de aresta.* (1)

Cubo

2. Múltiplos e submúltiplos do metro cúbico. — O metro cúbico só tem um *múltiplo*: o *quilômetro cúbico* (km³), que é o volume de um cubo cuja aresta tem o comprimento de 1 quilômetro; equivale a 1 000 000 000 de metros cúbicos. Os *submúltiplos* são:

a) o *decímetro cúbico* (dm³), que vale 0,001 do metro cúbico;

b) o *centímetro cúbico* (cm³), que vale 0,000 001 do metro cúbico;

c) o *milímetro cúbico* (mm³), que vale 0,000 000 001 do metro cúbico.

Observação — Não há *medidas efetivas* de volume. Os volumes são calculados por meio das medidas de comprimento.

(1) *Cubo* é um corpo sólido limitado por seis faces quadradas iguais. Um dado de jogar é um cubo.

Os segmentos retilíneos que limitam as seis faces do cubo, são os *lados* ou *arestas* do cubo.

3. Leitura e escrita das medidas de volume. — As medidas de volume são 1000 vêzes maiores ou menores umas que as outras; logo, *são precisos 3 algarismos para exprimir cada múltiplo ou submúltiplo.* Quando um número indica *metros cúbicos*, os 3 primeiros algarismos, depois da vírgula, representam decímetros cúbicos, os 3 a seguir representam *centímetros cúbicos*, e os outros 3 a seguir exprimem *milímetros cúbicos*.

O metro cúbico tem 1000 decímetros cúbicos.

Assim, antes de ler um número exprimindo volume, é preciso dividir a parte decimal em grupos de 3 algarismos; lê-se, então, a parte inteira e a parte decimal seguida da denominação do último grupo. Exemplo: 425,367789 m^3, lê-se: 425 *metros cúbicos*, 367789 *centímetros cúbicos*.

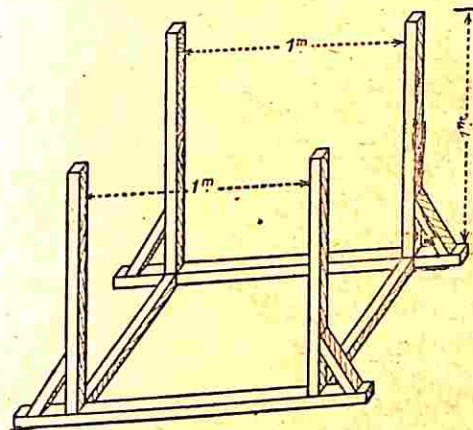
Escrevemos um número que exprime volume como um número decimal, indicando, à direita do último algarismo, a unidade escolhida. Exemplo: 19 metros cúbicos e 75 decímetros cúbicos, escrevemos: 19,075 m^3.

4. Mudança de unidade de volume. — Para reduzir unidades maiores a menores ou vice-versa, *desloca-se a vírgula, de três em três casas, para a direita ou para a esquerda* até a unidade pedida. Exemplo: Reduzir 8,452793 m^3 a dm^3. Deslocando-se a vírgula três casas para a direita, teremos: 8452,793 dm^3.

5. Medidas para lenha. — Para medir um volume aparente de lenha, usa-se o *estéreo*, cujo símbolo é *st* e que corresponde a 1 metro cúbico. O estéreo só tem um múltiplo — o

decastéreo (dast), que vale 10 estéreos ou 10 metros cúbicos, e um submúltiplo — o *decistéreo* (dst), que vale um décimo do estéreo.

Há uma *medida efetiva* do estéreo, construída em madeira. Consta de um estrado horizontal do tamanho de 1 metro quadrado, e 2 ou 4 montantes verticais com 1 metro de altura cada um.

As medidas para lenha variam de 10 em 10, sendo, portanto necessária uma ordem ou casa para cada denominação.

O estéreo

RESUMO

As medidas de volume são as que servem para avaliar a extensão com 3 dimensões (comprimento, largura e altura). A unidade fundamental é o metro cúbico (m^3) que representa o volume de um cubo que tem 1 metro de aresta. O único múltiplo do metro cúbico é o quilômetro cúbico (km^3) e os submúltiplos são: o decímetro cúbico (dm^3), o centímetro cúbico (cm^3) e o milímetro cúbico (mm^3). As medidas de volume são mil vêzes maiores ou menores umas que as outras; logo são precisos 3 algarismos para exprimir cada múltiplo ou submúltiplo. Para reduzir unidades maiores a menores ou vice-versa, desloca-se a vírgula de 3 em 3 casas, para a direita ou para a esquerda. Para medir um volume de lenha, usa-se o estéreo (st), cujo múltiplo é o decastéreo (dast) e submúltiplo o decistéreo (dst).

QUESTIONÁRIO

Que são medidas de volume? Qual é a unidade fundamental de volume? Qual é o múltiplo do metro cúbico? E os submúltiplos? Como são calculados os volumes? Como se lêem e escrevem medidas de volume? Como se fazem mudanças de unidade de volume? Qual é a medida para lenha? Qual é a sua unidade? Qual o seu múltiplo e submúltiplo?

EXERCÍCIOS E TESTES

1. Complete: *Medidas de volume são as que servem para* .... *A unidade fundamental de volume é o*..........

2. Numere a segunda coluna de acôrdo com a primeira:

(1)	decímetro cúbico	( )	$0{,}000\,000\,001$ do m^3
(2)	centímetro cúbico	( )	$0{,}001$ do m^3
(3)	milímetro cúbico	( )	$0{,}000\,001$ do m^3

3. Escreva:

a) 9 metros cúbicos e 867 centímetros cúbicos;
b) 5 metros cúbicos e 97 decímetros cúbicos;
c) 7 decímetros cúbicos e 85 centímetros cúbicos;
d) 83 quilômetros cúbicos e 365 metros cúbicos.

4. Leia: $467{,}824\ m^3$; $589{,}487\ dm^3$; $0{,}789\ cm^3$; $0{,}000409\ m^3$; $187{,}000\,763\,217\ km^3$.

5. Escreva por extenso:

a) $6{,}356\ m^3$;
b) $651{,}465\,709\ m^3$;
c) $32{,}872\,012\,938\ km^3$;
d) $74{,}495\ dm^3$;
e) $3{,}000254\ dm^3$;
f) $18{,}065\,401\ m^3$.

6. Reduza:

a) $45{,}709\ m^3$ a dm^3;
b) $562{,}731\,685\ dm^3$ a mm^3;
c) $24{,}507\ cm^3$ a dm^3;
d) $354\ km^3$ a m^3.

7. Efetue:

a) $14\ m^3 + 27\ m^3 + 38{,}465\ dm^3 =$ .... mm^3;
b) $486\ m^3 - 242\ dm^3 =$ .... cm^3.

PROBLEMAS RESOLVIDOS

1. De um monte de areia de 270 metros cúbicos retirou-se: de uma vez, $58{,}75\ m^3$, e, de outra vez, $60{,}038\ m^3$. Quanto restou em metros cúbicos de areia?

Solução: Foram retirados: $58{,}75\ m^3 + 60{,}038\ m^3 = 118{,}788\ m^3$. O monte de areia contém ainda: $270\ m^3 - 118{,}788\ m^3 = 151{,}212\ m^3$.

2. Uma pedra tem 2,50 m de comprimento, 1,50 m de largura e 0,75 m de espessura. Qual é o seu volume?

Solução: O volume da pedra é de $2{,}50 \times 1{,}50 \times 0{,}75 = 2{,}8125\ m^3$.

3. Uma sala de aula tem 7,50 m de comprimento, 6,80 m de largura e 3,40 m de altura. Qual o volume de ar reservado a cada aluno quando estão presentes, na sala, 30 alunos?

Solução: Volume da sala de aula: $7{,}50 \times 6{,}80 \times 3{,}40 = 173{,}4\ m^3$. Volume de ar reservado a cada aluno: $173{,}4\ m^3 \div 30 = 5{,}780\ m^3$.

4. Um mineiro encheu em um dia 9 carrinhos de carvão. Quantos m^3 extraiu se as dimensões interiores do carrinho são 0,70 m de largura, 0,95 m de comprimento e 0,80 m de altura?

Solução: $0{,}70 \times 0{,}95 \times 0{,}80 = 0{,}532\ m^3$, que é o conteúdo do carrinho. O mineiro extraiu: $0{,}532\ m^3 \times 9 = 4{,}788\ m^3$ de carvão.

5. Construindo-se uma grande parede de 28 m de comprimento, por 2,50 m de altura e 0,30 m de espessura, abriram-se 3 janelas de 1 m de largura por 1,95 m de altura. Qual é o volume exato da parede e qual o seu custo, sabendo-se que cada metro cúbico da construção custou 20 cruzeiros?

Solução: Volume da parede sem janelas: $28 \times 2{,}50 \times 0{,}30 = 21\ m^3$. Para cada janela é preciso retirar um volume de: $1 \times 1{,}95 \times 0{,}30 = 0{,}585\ m^3$. E para as 3 janelas: $0{,}585\ m^3 \times 3 = 1{,}755\ m^3$. Volume exato da parede: $21\ m^3 - 1{,}755\ m^3 = 19{,}245\ m^3$. Custo da parede: $20 \times 19{,}245\ m^3 =$ Cr\$ 384,90.

6. Um reservatório de 4 m de comprimento, 3,50 m de largura e 5,20 m de profundidade contém água até a altura de 1,80 m. Quantos decímetros cúbicos d'água contém o reservatório? Quantos metros cúbicos d'água são necessários acrescentar para encher completamente o reservatório?

Solução: Número de metros cúbicos d'água: $4 \times 3{,}50 \times 1{,}8 = 25{,}2\ m^3$. $25{,}2\ m^3 = 25\,200$ decímetros cúbicos. Conteúdo total do reservatório: $4 \times 3{,}5 \times 5{,}2 = 72{,}8\ m^3$. Para encher o reservatório, é preciso acrescentar: $72{,}8 - 25{,}2 = 47{,}6\ m^3$.

7. Uma sala de aula retangular tem 9,78 m de comprimento, 5,36 m de largura e 3,45 m de altura. De quanto se deve levantar o teto para que os 52 alunos e o professor tenham 4 m^3 de ar cada um?

Solução: Para 53 pessoas a sala deveria conter: $4 \times 53 = 212\ m^3$ de ar; por isso, a altura deveria ser de: $212 \div (9{,}78 \times 5{,}36) = 4{,}044$ m. Como a altura não é senão de 3,45 m, deveria levantar-se o teto de: $4{,}044 - 3{,}45 = 0{,}594$ m.

8. Cavou-se uma vala de 18 m de comprimento, 1,85 m de largura e 1,60 m de profundidade. Qual será o volume de terra retirada?

Solução: $18 \times 1{,}85 \times 1{,}60 = 53{,}28\ m^3$, que é o volume de terra retirada.

9. Durante uma chuva copiosa, recolheu-se, numa bacia ao ar livre, uma quantidade d'água com a altura de 6 centímetros. Qual a quantidade d'água que caiu sôbre um terreno de 2 ha e 5 ca?

Solução: 2 ha e 5 ca = 2 0005 centiares ou metros quadrados. O volume d'água que caiu sôbre essa superfície é de: $20\,005 \times 0{,}06 = 1\,200{,}3\ m^3$.

10. Um arado revolve a terra até uma profundidade de 25 centímetros. Qual é o volume de terra revolvida em 1 hectare?

Solução: 1 hectare = 10 000 metros quadrados. Volume de terra revolvida: $0{,}25 \times 10\,000 = 2\,500$ metros cúbicos.

MEDIDAS DE CAPACIDADE

1. Medidas de capacidade. — São as que servem para avaliar líquidos, gases e corpos sólidos, como cereais, etc. *Capacidade* significa *conteúdo*. A unidade fundamental de capacidade é o *litro*, cujo símbolo é *l*. O litro representa o *volume de 1 quilograma de água destilada, isenta de ar, na temperatura de 4 graus centígrados e sob pressão atmosférica normal*. O litro é também medida legal de volume e equivale a 1 decímetro cúbico.

2. Múltiplos e submúltiplos do litro. — Os *múltiplos* do litro são:

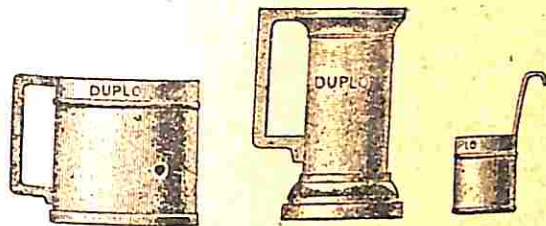
a) o *decalitro* (dal), que vale 10 litros;
b) o *hectolitro* (hl), que vale 100 litros.

Os *submúltiplos* são:

a) o *decilitro* (dl), que vale 0,1 do litro;
b) o *centilitro* (cl), que vale 0,01 do litro;
c) o *mililitro* (ml), que vale 0,001 do litro.

3. Medidas efetivas de capacidade. — No Brasil são empregadas medidas efetivas de capacidade sòmente para líquidos. São vasos cilíndricos, de estanho, de cobre estanhado ou de fôlha-de-flandres, munidos de uma asa. São as seguintes:

a) o *duplo-litro;*
b) o *litro;*
c) o *meio-litro;*
d) o *decilitro;*
e) o *meio-decilitro;*
f) o *duplo-centilitro;*
g) o *centilitro.*

4. Leitura e escrita das medidas de capacidade. — As medidas de capacidade, sendo de 10 em 10 vêzes maiores ou menores, são lidas e escritas como números decimais.

Medidas para líquidos

Fazemos a leitura de um número que indica capacidade enunciando a parte inteira, seguida do nome da unidade adotada, e depois a parte decimal acompanhada no nome da unidade que representa o último algarismo decimal. Exemplo: 27,985 hl, lê-se: 27 hectolitros e 895 decilitros.

Para escrever números que indicam capacidade, escrevemos o número e, à sua direita, o símbolo pelo qual a unidade adotada é designada abreviadamente. Exemplo: 423 litros, escreve-se: 423 l.

5. O litro e o metro cúbico. — Sendo o litro igual ao decímetro cúbico, para converter unidades de capacidade em unidades de volume, basta substituir a denominação *litro* pela denominação *decímetro cúbico*, e depois proceder como nas medidas de volume.

RESUMO

Medidas de capacidade são as que servem para avaliar líquidos, gases e certos sólidos. A unidade fundamental de capacidade é o litro (*l*), que é o volume de 1 quilograma de água destilada, isenta de ar, na temperatura de 4 graus. Os múltiplos do litro são o decalitro (dal) e o hectolitro (hl). Os submúltiplos são o decilitro (dl), o centilitro (cl) e o mililitro (ml). As medidas de capacidade sendo de 10 em 10 vêzes maiores ou menores são lidas e escritas como números decimais. O litro é igual ao decímetro cúbico.

QUESTIONÁRIO

Que são medidas de capacidade? Qual a unidade fundamental de capacidade? Que representa ela? Quais os seus múltiplos? E os seus

submúltiplos? Quais as medidas efetivas de capacidade? Como se lêem e escrevem as medidas de capacidade? Como se convertem unidades de capacidade em unidades de volume?

EXERCÍCIOS E TESTES

1. Complete: *Medidas de capacidade são as que servem para*.... .... *A unidade fundamental de capacidade é o*......

2. Sublinhe, nos parênteses, a resposta certa: *Qual o valor do hectolitro?* (1 000 litros — 100 litros — 10 litros).

3. Numere a segunda coluna de acôrdo com a primeira:

(1) *decilitro*	( ) 0,001 *do litro*
(2) *centilitro*	( ) 0,01 *do litro*
(3) *mililitro*	( ) 0,1 *do litro*

4. Leia: 18,45 hl; 0,004 l; 234,4579 dal; 7,35 dl; 207 ml; 23,60 dl; 0,54 hl.

5. Escreva:

a) 17 hectolitros e 890 litros;
b) 25 decalitros e 342 litros;
c) 15 decilitros e 8 mililitros;
d) 504 litros, 8 decilitros e 2 mililitros.

6. Escreva, por extenso:

a) 19,402 l;
b) 105,359 hl;
c) 257,006 dal;
d) 43,02 hl;
e) 235,009 dal;
f) 21,57 dl.

7. Reduza:

a) 37,85 dal a l;
b) 5,045 l a dl;
c) 326 hl a dal;
d) 7 024 ml a l;
e) 1 256 dal a hl;
f) 704 hl a dm^3;
g) 9,05 dal a m^3;
h) 54,46 ml a dm^3.

8. Efetue:

a) 18 dal + 27 l + 78 dal = ... dl;
b) 25 hl + 30 dal — 18 dl = ... dm^3.

PROBLEMAS RESOLVIDOS

1. Um homem possuía uma barrica com 2,27 hl de vinho. Retirou da barrica 17,9 dal e juntou ao restante 12,5 l d'água. Quantos litros de vinho misturado com água ficaram na barrica?

Solução: Depois da retirada de 17,9 dal restaram: 227 l — 179 l = = 48 litros. Número de litros da mistura: 47 l + 12,5 l = 60,5 l.

2. Um tanque continha 38,625 hl d'água. Que quantidade contém, depois que foi retirada do mesmo água para encher 3 tonéis com a capacidade de 27,4 dal ?

Solução: 38,625 hl = 3 862,5 l e 27,4 dal = 274 litros. Número de litros d'água retirados: 274 litros × 3 = 822 litros. O tanque contém ainda: 3 862,5 l — 822 l = 3 040,5 l.

3. Qual o preço de 1 litro de vinho se uma garrafa de 4 decilitros custou 3 cruzeiros?

Solução: Cada decilitro custa: 3 cruzeiros ÷ 4 = 0,75 do cruzeiro. O litro custa 10 vêzes mais ou Cr$ 7,50.

4. Um reservatório continha 18,4 hl d'água. Foram tirados do mesmo 35 regadores com 1,2 dal d'água e, depois, abriu-se, durante 25 minutos, uma torneira do reservatório que deixava sair 18 litros d'água em 4 minutos. Quantos litros d'água contém agora o reservatório?

Solução: Os 35 regadores continham: 35 × 12 litros = 420 litros. Após a retirada dos 35 regadores d'água, restaram no resarvatório: 1 840 litros — 420 litros = 1 420 litros.

A torneira deixou sair por minuto: 18 litros ÷ 4 = 4,5 l. E, em 25 minutos: 4,5 × 25 = 112,5 l.

O reservatório contém agora: 1 420 litros — 112,5 = 1 307,5 l.

5. Uma cuba contém 30 hl e 3/4 de vinho. Quantos tonéis de 250 litros são necessários para receber o vinho?

Solução: São necessários: 3 075 ÷ 250 = 12 tonéis e ficarão ainda 75 litros para um 13.º tonel.

6. Uma cisterna contém 628,425 hl d'água. Tiram-se, por dia, da mesma, 35 baldes de 9,5 *l*. Em quantos dias se esgotará a cisterna?

Solução: Em um dia, tiram-se: 9,5 × 35 = 332,5 l d'água. Para esgotar a cisterna serão necessários: 62 842,5 ÷ 332,5 = 189 dias.

7. Um caixote tem 0,90 m de comprimento, 0,75 m de largura e 0,50 m de altura. Quantos litros de milho pode conter?

Solução: O caixote pode conter: 0,90 × 0,75 × 0,50 = 0,3375 m^3 = = 337,50 l.

8. Quantos hectolitros de vinho poderá conter uma cuba de 1,76 m^3 de capacidade? E quantas garrafas de 75 centilitros?

Solução: 1,76 m^3 = 17,6 hl ou 1 760 litros. Número de garrafas de 0,75 l: 1 760 ÷ 0,75 = 2 346 garrafas.

9. Quantos litros d'água contém uma cisterna cúbica de 3 metros de lado, se a água sobe até 0,25 m da margem superior?

Solução: A cisterna contém: 3 × 3 × (3 — 0,25) = 24,750 m^3 = = 24 750 litros d'água.

10. Um gasômetro contém 28 000 metros cúbicos de gás de iluminação. Quantos bicos de gás se podem alimentar com essa quantidade, durante 5 horas, sabendo-se que um bico consome 125 litros de gás por hora?

Solução: Em 5 horas cada bico de gás consome: 125 × 5 = 625 litros.

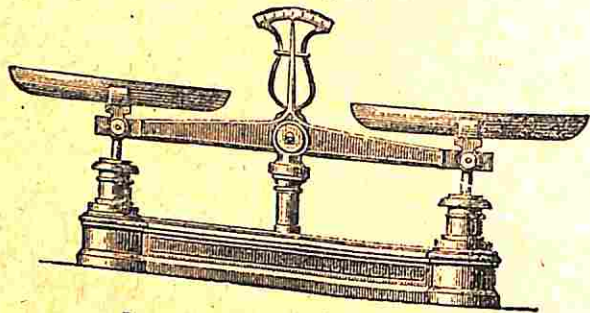
28 000 metros cúbicos = 28 000 000 dm^3 ou litros.

Número de bicos de gás que podem ser alimentados:

28 000 000 ÷ 625 = 44 800 bicos

MEDIDAS DE MASSA

1. Medidas de massa. — São as que servem para avaliar a massa dos corpos. *Massa* de um corpo é a quantidade de matéria que êle contém. As medidas de massa avaliam a quantidade de matéria de um corpo, comparando-a com a de outro corpo tomado para unidade.

É necessário não confundir a noção de *massa* com a de *pêso*, como se costuma fazer na linguagem usual. *Massa* é a quantidade de matéria de um corpo, enquanto que *pêso* é o resultado da ação da gravidade sôbre a massa dêsse corpo. Assim, o que se compara e se mede, por meio da *balança*, são as *massas* e não os *pesos* dos corpos.

Balança moderna ou de Roberval

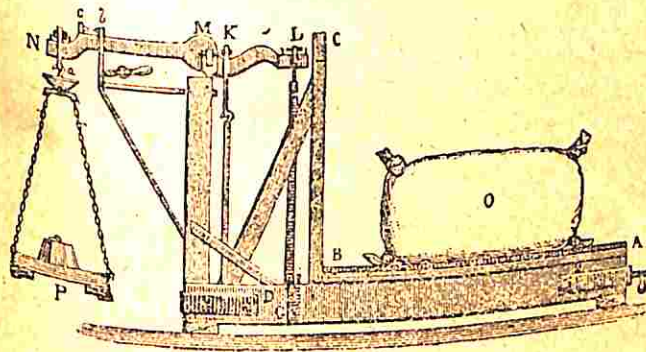
A unidade fundamental de massa é o *quilograma*, cujo símbolo é *kg*, e representa, aproximadamente, a *massa de um decímetro cúbico d'água destilada, isenta de ar, e à temperatura de 4 graus centígrados*. Na linguagem comum dizemos *quilo* em vez de *quilograma*.

O quilograma divide-se em 1000 *gramas*. O *grama* representa, aproximadamente, a massa de um centímetro cúbico d'água destilada.

2. Múltiplos e submúltiplos do quilograma. — O *múltiplo* do quilograma é a *tonelada*, que vale 1000 kg e cujo símbolo é *t*. Os *submúltiplos* são:

a) o *hectograma* (hg), que vale 0,1 do quilograma;
b) o *decagrama* (dag), que vale 0,01 do quilograma;
c) o *decigrama* (dg), que vale 0,1 do grama ou 0,0001 do quilograma;
d) o *centigrama* (cg), que vale 0,01 do grama;
e) o *miligrama* (mg), que vale 0,001 do grama.

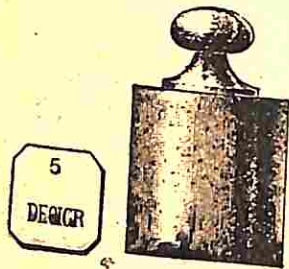
Observação. — O *hectograma* e o *decagrama* não são usados na vida prática. O *quilograma* é a unidade comercial. A *tonelada* é empregada nas grandes pesadas. Os negociantes empregam, às vêzes, uma unidade de massa denominada *arroba*, que vale 15 kg.

O *grama* e seus submúltiplos são usados para medir a massa de medicamentos e corpos de pequenas dimensões. Na avaliação de pedras e metais preciosos, emprega-se o *quilate*, que corresponde a 2 decigramas.

Balança decimal ou báscula

3. Medidas efetivas de massa. — As medidas efetivas mais usadas são:

a) para as *grandes pesadas*, existem coleções de pesos de ferro fundido, que vão de 1 kg a 50 kg;
b) para as *pesadas médias*, existem coleções de pesos de cobre, que vão de 1 grama a 1 kg;

c) para as *pesadas de precisão*, há coleções de pesos de latão, prata ou platina, inferiores ao grama.

4. Leitura e escrita das medidas de massa. — As medidas de massa, sendo de 10 em 10 vêzes maiores ou menores, podem ser lidas e escritas como números decimais.

Para ler um número que representa massa, enunciamos a parte inteira seguida do nome da unidade adotada e, em seguida, a parte decimal acompanhada do nome da unidade que corresponde ao último algarismo decimal. Exemplo: 25,379 g, lê-se: 25 gramas e 379 miligramas.

Pesos de cobre

Para escrever um número que representa massa, escrevemos o número e, à sua direita, o símbolo pelo qual a unidade adotada é designada abreviadamente. Exemplo: 19 quilos e 347 gramas, escreve-se: 19,347 kg.

5. Mudança de unidade de massa. — Para passar de uma unidade de massa para outra, basta que multipliquemos ou dividamos o número dado por 10, 100, 1000, etc., o que podemos fazer deslocando a vírgula de 1, 2, 3 ordens decimais para a direita ou para a esquerda até a unidade pedida. Exemplo: Reduzir 345,786 g a centigramas. Como a grama vale 100 centigramas, basta deslocar a vírgula duas casas para a direita, e teremos: 34587,6 cg.

6. Relações entre massas e volumes. — Para a água pura, são as seguintes as relações entre volumes e massas:

1 centímetro cúbico d'água pesa, aproximadamente, 1 grama;

1 decímetro cúbico ou 1 litro d'água pesa, aproximadamente, 1 quilograma;

1 metro cúbico d'água pesa, aproximadamente, 1 tonelada.

RESUMO

Medidas de massa são as que servem para avaliar a massa dos corpos. A unidade fundamental de massa é o quilograma (kg), que é a

massa de um decímetro cúbico d'água destilada. O quilograma divide-se em mil gramas (g). O múltiplo do quilograma é a tonelada (t). Os submúltiplos são: o hectograma (hg), o decagrama (dag), o decigrama (dg), o centigrama (cg) e o miligrama (mg). As medidas de massa, sendo de 10 em 10 vêzes maiores ou menores, podem ser lidas e escritas como números decimais. Para passar de uma unidade de massa para outra, basta que multipliquemos ou dividamos o número dado por 10, 100, 1 000, etc.

QUESTIONÁRIO

Que são medidas de massa? Que é massa? Que é pêso absoluto de um corpo? E pêso relativo de um corpo? Qual a unidade fundamental de massa? Que representa? Qual o seu símbolo? Quais o múltiplo e submúltiplos do quilograma? Quais são as medidas efetivas de massa? Como se lêem e escrevem medidas de massa? Como se passa de uma unidade de massa para outra? Quais as relações entre massas e volumes?

EXERCÍCIOS E TESTES

1. Complete: *Medidas de massa são as que servem para avaliar* .... *Massa de um corpo é* .... *Pêso de um corpo é* ....

2. Sublinhe, nos parênteses, as respostas certas: *Qual o valor do quilograma?* (100 g — 10 dg — 1 000 g — 100 hg — 100 dag — 10 hg).

3. Numere a segunda coluna de acôrdo com a primeira:

		( )	0,001 do grama
(1)	decigrama	( )	0,1 do grama
(2)	centigrama	( )	0,01 do grama
(3)	miligrama		

4. Leia: 145,78 dag; 25,07 kg; 239,275 hg; 0,03 g; 0,234 dag; 0,5 dg.

5. Escreva:

a) 25 quilogramas, 47 decagramas e 9 gramas;
b) 465 hectogramas, 70 gramas e 14 miligramas;
c) 907 decagramas, 8 decigramas e 2 centigramas;
d) 1 076 quilogramas, 26 decagramas e 35 decigramas;
e) 275 toneladas, 74 quilogramas e 43 gramas.

6. Escreva por extenso:

a) 85,207 kg;
b) 304,059 hg;
c) 785,76 dag;
e) 380,01 g;
f) 0,002 kg;
g) 1,035 dag.

7. Reduza:

a) 309 dag a g;
b) 124 kg a dag;
c) 870 g a mg;
d) 204,5 dag a dg;
e) 821 t a úg;
f) 1 276 g a mg.

8. Efetue:

a) 27 kg + 38 hg + 45 dag = ... mg;
b) 49 t + 342 kg — 62 hg = ... dag;
c) 325,23 kg × 45,37 hg = ... kg.

9. Complete:

a) 120 l d'água destilada pesam .... g;
b) 347 cm^3 d'água destilada pesam .... dg;
c) 245 m^3 d'água destilada pesam .... kg.

PROBLEMAS RESOLVIDOS

1. Um fazendeiro tem 35 carneiros que lhe dão, em média, cada um, 375 decagramas de lã por ano. Qual a importância que obterá com a venda de tôda a lã do seu rebanho se êle vende essa lã a Cr$ 2,80 o quilograma?

Solução: Pêso da lã fornecida pelo rebanho: 375 × 35 = 13 125 decagramas ou 131,25 kg. Valor da lã: Cr$ 2,80 × 131,25 = Cr$ 367,50.

2. Um litro de ar pesa 1,293 g. Qual o pêso do ar de um salão de 18 m de comprimento, 8,50 m de largura e 4,80 m de altura?

Solução: O salão contém: 18 × 8,5 × 4,8 = 734,400 m^3 ou 734 000 litros de ar, cujo pêso é: 1,293 × 734,400 = 949 579,2 g ou 949,5792 kg.

3. A pressão do ar sendo de 1,033 kg por cm^2, que pressão suporta uma mesa que tem 1,25 de comprimento por 0,95 m de largura?

Solução: Superfície da mesa: 1,25 × 0,95 = 1,1875 m^2. Esta mesa suporta: 1,033 × 1,1875 = 12 266,875 kg de pressão.

4. Um tonel cheio d'água pesa 275,67 kg. Quantos litros contém, se pesa 33,75 kg quando vazio?

Solução: A capacidade do tonel é de 275,67 — 33,75 = 241,92 l.

5. Para pesar um pedaço de carne um açougueiro pôs num dos pratos da balança 1 pêso de 1 quilograma, 2 pesos de 2 hectogramas e 1 pêso de meio quilograma. Quanto custará o pedaço de carne à razão de Cr$ 1,40 o meio quilograma?

Solução: O pedaço de carne pesa: 1 kg + 0,4 kg + 0,5 kg = 1,9 kg. Preço do quilograma de carne: Cr$ 1,40 × 2 = Cr$ 2,80. O pedaço de carne custará: Cr$ 2,80 × 1,9 = Cr$ 5,32.

6. Um pacote de velas pesa 460 gramas e custa Cr$ 1,40. Qual o preço do quilograma?

Solução: Cada grama custa: Cr$ 1,40 ÷ 460 = 0,00304 do cruzeiro. O quilograma custará mil vêzes mais ou Cr$ 3,04.

7. Que é preferível: comprar azeite a 3 cruzeiros o quilograma ou à razão de Cr$ 1,40 o meio litro, se 1 litro pesa 0,9 kg?

Solução: À razão de Cr$ 1,40 o meio litro, o litro custará: Cr$ 1,40 × 2 = Cr$ 2,80. À razão de Cr$ 3,00 o quilograma, o litro de 0,9 kg custará: Cr$ 3,00 × 0,9 = Cr$ 2,70. Logo, é preferível comprar o azeite aos quilogramas.

8. A platina pode reduzir-se a fios tão delgados que 200 metros pesam sòmente 1 cg. Quantos gramas de platina seriam necessários para se obter um fio de comprimento do meridiano terrestre, que mede 40 000 quilômetros?

Solução: 1 cg de platina fornece um fio de 200 metros de comprimento; 1 g forneceria um fio 100 vêzes mais comprido ou: 200 × 100 = = 20 000 metros.

Para fornecer um fio de 40 000 000 metros, seriam precisos: 40 000 000 ÷ 20 000 = 2 000 gramas de platina.

9. Um agricultor colheu 3,6 kg de azeitonas. Quantos litros de óleo poderá retirar dessas azeitonas, sabendo-se que o óleo pesa 0,9 kg por litro e que 3 quilogramas de azeitonas produzem 24 decagramas de óleo?

Solução: Pêso do óleo obtido com 1 quilograma de azeitonas: 0,24 kg ÷ 3 = 0,08 kg. Pêso do óleo obtido com tôdas as azeitonas: 0,08 kg × 360 = 28,8 kg. Número de litros de óleo: 28,8 ÷ 0,9 = 32 litros.

10. Cheio d'água, um vaso pesa 39 200 g. Quando meio vazio, não pesa senão 21 945 g. Qual a capacidade dêsse vaso?

Solução: A metade da água do vaso pesa: 39 200 — 21 945 = 17 255 g. O vaso contém: 17,255 × 2 = 34,510 l.

SISTEMA MONETÁRIO BRASILEIRO

1. Sistema monetário brasileiro. — A unidade fundamental do sistema monetário brasileiro é o *cruzeiro*, de acôrdo com o Decreto-lei n.º 4 791 de 5 de outubro de 1942. O único submúltiplo do cruzeiro é o *centavo*, que representa a centésima parte da unidade básica. O símbolo do cruzeiro é *Cr$*. As importâncias em dinheiro, qualquer que seja o seu valor, escrever-se-ão precedidas dêsse símbolo. Devem ainda ser consideradas números decimais em que o *cruzeiro* é a unidade e o *centavo* o centésimo. Exemplos:

5 cruzeiros	Cr$ 5,00
8 cruzeiros e 30 centavos	Cr$ 8,30
70 centavos	Cr$ 0,70
46 354 cruzeiros e 50 centavos .	Cr$ 46 354,50

2. Moedas e cédulas. — O cruzeiro corresponde ao antigo *mil réis*. Assim, cada centavo equivale aos 10 réis antigos e 10 centavos corresponde a 100 réis ou um *tostão*. O sistema monetário brasileiro é representado por *moedas metálicas* e por *cédulas* ou *notas*. As moedas de cruzeiros são feitas de bronze e de alumínio e às de centavos, de cupro-níquel. As cédulas são tôdas do mesmo formato (67 mm × 156 mm).

Moedas de 5, 2 e 1 cruzeiros

Atualmente, estão em circulação as seguintes *moedas metálicas*: — de *um cruzeiro* (Cr$ 1,00) e de *dois cruzeiros* (Cr$ 2,00); de *dez centavos* (Cr$ 0,10); de *vinte centavos* (Cr$ 0,20); de *trinta centavos* (Cr$ 0,30); de *quarenta centavos* (Cr$ 0,40); e de *cinqüenta centavos* (Cr$ 0,50).

As *notas* ou *cédulas* em circulação são as seguintes: — de *um cruzeiro* (Cr$ 1,00); de *dois cruzeiros* (Cr$ 2,00); de *cinco cruzeiros* (Cr$ 5,00); de *dez cruzeiros* (Cr$ 10,00); de *vinte cruzeiros* (Cr$ 20,00); de *cinqüenta cruzeiros* (Cr$ 50,00); de *cem cruzeiros* (Cr$100,00); de *duzentos cruzeiros* (Cr$200,00); de *quinhentos cruzeiros* (Cr$ 500,00); de *mil cruzeiros* (Cr$ 1 000,00).

QUESTÕES DE EXAME DE ADMISSÃO

1) Instituto de Educação do Rio de Janeiro;
2) Escola Normal Carmela Dutra do Rio de Janeiro;
3) Colégio Pedro II (Externato);
4) Colégio Pedro II (Internato);
5) Colégio Militar do Rio de Janeiro;
6) Ginásios do Estado de São Paulo.

1) INSTITUTO DE EDUCAÇÃO

1939

Primeira questão: Efetuar as seguintes divisões: $\frac{45}{0,08}$, $\frac{0,005}{16}$, $\frac{0,45}{0,003}$; somar os quocientes e calcular, com quatro ordens decimais, $\frac{5}{13}$ do resultado.

Resp.: 274,038.5.

Segunda questão: Para ladrilhar $\frac{5}{7}$ de um pátio empregaram-se 49 360 ladrilhos. Para ladrilhar os $\frac{3}{8}$ do mesmo pátio, quantos ladrilhos iguais serão necessários? Pede-se a verificação. (Solução raciocinada).

Resp.: 25 914.

Terceira questão: Uma caixa retangular tem 1,8 m de comprimento, 8,5 dm de largura e 75 cm de altura. Essa caixa

está cheia de gasolina até $\frac{3}{5}$ da altura. Calcular o custo da quantidade de gasolina contida nessa caixa, sabendo-se que o preço do decilitro é de Cr$ 0,13.

Resp.: Cr$ 895,05.

1940

Primeira questão: Para representarmos todos os números da série natural, desde 1 até 1 231, quantos algarismos escreveremos? Justificar o resultado.

Resp.: 3 817.

Segunda questão: Um tanque recebe água de 4 torneiras. A primeira jorra por minuto 20 litros d'água; a segunda, 150 decilitros; a terceira, 1 decalitro, e a quarta, 0,12 do hectolitro. Pede-se a quantidade d'água acumulada após 5 horas, sabendo-se que, no mesmo período, houve um vazamento de 8 litros por minuto.

Resp.: 14 700 litros.

Terceira questão: Calcular a expressão:

$$\frac{\dfrac{0,375 \times 2,4}{2,549\,5 \div 3,785} + \dfrac{0,55\ldots \times 0,6}{0,388.8\ldots}}{8 \times \dfrac{3}{14} - \dfrac{3}{7} + \dfrac{2}{3} \div \dfrac{7}{9}}$$

Resp.: $1\frac{120}{5099}$.

Quarta questão: Dadas as frações: $\frac{27}{140}$, $\frac{22}{105}$, $\frac{48}{245}$ dizer qual é a maior e qual é a menor, justificando o resultado.

Resp.: A maior é a segunda; a menor é a primeira.

Quinta questão: Calcular o maior divisor comum dos números 1 430, 572 e 858.

Resp.: 286.

Sexta questão: Um barril cheio d'água pura pesa 1 158 g e com água até o meio, 6 hectogramas e 48 gramas. Pede-se:

a) o pêso do barril vazio;
b) a sua capacidade;
c) o pêso da água nêle contida.

Resp.: 138 g; 1,02 litros e 1 020 g.

1941

Primeira questão: Calcular a expressão:

$$\frac{1{,}133\ldots - 0{,}66\ldots}{0{,}2325 \div 0{,}31} \div \frac{5\frac{3}{4} + 1{,}25}{0{,}09 \times 1000}$$

Resp.: 8.

Segunda questão: Certo número compõe-se de três unidades de oitava ordem, duas de sétima, uma de quinta, cinco de quarta e duas de terceira. Escrever o algarismo das unidades de primeira ordem, de modo que o número seja, ao mesmo tempo divisível por 5 e por 9.

Resp.: 5.

Terceira questão: Uma pessoa despendeu certa quantia na compra de um terreno e o vendeu por Cr$ 35 000,00; nesta venda ganhou ¾ do que despendera. Por quanto comprou o terreno?

Resp.: Cr$ 20 000,00.

Quarta questão: Calcular a soma abaixo em dm²:

$$23{,}45 \text{ m}^2 + 0{,}72 \text{ a} + 0{,}00018 \text{ km}^2$$

Resp.: 27 545 dm².

Quinta questão: Somando-se três unidades ao multiplicador de uma multiplicação o produto aumenta de 135 unidades. Determinar o multiplicando.

Resp.: 45.

Sexta questão: 180 hl de óleo deverão ser distribuídos por três reservatórios de modo que o segundo receba mais 10 hl que o primeiro e o terceiro, mais 25 hl que o segundo. Quantos hl receberá o primeiro?

Resp.: 45 hl.

1943

PRIMEIRA TURMA

Primeira questão: A diferença entre dois números é 52. O maior é o quíntuplo do menor, mais 8. Determinar os dois números. (Valor máximo desta questão: 10 pontos).

Resp.: 63 e 11.

Segunda questão: Diminuindo-se 48 de um certo número, obtém-se o mesmo resultado que se obteria dividindo êste número por 3. Qual é êsse número? (Valor máximo desta questão: 15 pontos).

Resp.: 72.

Terceira questão: Um operário faz um trabalho em 6 horas; juntamente com um outro seria capaz de fazer os ¾ do mesmo trabalho em 3 horas. Em quanto tempo o segundo operário seria capaz de fazer 3/5 do mesmo trabalho? (Valor máximo desta questão: 20 pontos).

Resp.: $7\frac{1}{5}$ h.

Quarta questão: Um negociante vendeu a um freguês 2/3 das maçãs que possuía e mais 3 maçãs; a um segundo freguês vendeu ¼ das maçãs que possuía. Quantas maçãs possuía o negociante, sabendo-se que o primeiro freguês recebeu mais 38 maçãs do que o segundo? (Valor máximo desta questão: 25 pontos).

Resp.: 84.

Quinta questão: Têm-se dois reservatórios com a mesma capacidade e pêso. Enche-se o primeiro de óleo, cujo hectolitro pesa 95 kg, e o segundo de água destilada (a 4° centígrados). Verifica-se, então, que um pesa mais 20 kg do que o outro.

Qual a capacidade, em decalitros, dos reservatórios? (Valor máximo desta questão: 30 pontos).

Resp.: 40 dal.

SEGUNDA TURMA

Primeira questão: O dôbro da soma dos têrmos de uma subtração é 10,05. O minuendo excede o resto de 0,9825. Determinar o minuendo, o subtraendo e o resto. (Valor: 15 pontos).

Resp.: 2,5125; 0,9825 e 1,53.

Segunda questão: Um caminhão percorre, em 1 h, quinze quilômetros menos que um automóvel. Tendo cada um andado 4 h, verificou-se que a soma dos dois percursos feitos por êsses veículos foi de 460 km. Determinar a velocidade, por hora, de cada veículo. (Valor: 15 pontos).

Resp.: 50 km/h e 65 km/h.

Terceira questão: Atendendo aos preços do custo, por unidade, observo que duas maçãs valem 3 peras e que meia dúzia de peras vale 8 laranjas. Quantas maçãs devo trocar por meia dúzia de laranjas? (Valor: 20 pontos).

Resp.: 3.

Quarta questão: O trigo, transformado em farinha, perde um quarto de seu pêso. Com 10 kg de farinha se obtém massa suficiente para fabricar 125 hg de pão. Quantos quilogramas de pão posso obter com 200 kg de trigo? (Valor: 25 pontos).

Resp.: 187,5 kg.

Quinta questão: Uma lata estava cheia de óleo cujo decalitro pesa 9 kg. Tendo-se gasto dois litros de óleo, verificou-se que o pêso da lata e mais o do óleo restante era de 4 200 g. Sabendo-se que a lata vazia pesa 6 000 dg, pede-se:

1.º) a quantidade, em litros, do óleo restante;
2.º) a capacidade, em hl, da lata;
3.º) o pêso total, em hg, do óleo.

Resp.: 4 l; 0,06 hl e 54 hg. (Valor: 25 pontos).

1944

Primeira questão: Multipliquei um número por 5 décimos. Subtraí, em seguida, 30 unidades do produto achado e a diferença obtida foi, exatamente, a metade do produto encontrado. Qual foi o número? (Valor máximo: 1,5).

Resp.: 120.

Segunda questão: Pedro, João e Carlinhos trouxeram do pomar, em duas caixas, um total de 110 laranjas, das quais 68 foram colhidas por Pedro e Carlinhos. Na primeira caixa foram colocadas as laranjas colhidas por João e uma parte das colhidas por Pedro. Na segunda caixa foram colocadas as colhidas por Carlinhos e as restantes que Pedro havia colhido. Na segunda caixa havia mais 10 laranjas do que na primeira. Quantas, das laranjas colhidas por Pedro, foram colocadas na primeira caixa? (Valor máximo: 2,0).

Resp.: 8.

Terceira questão: João e Pedrinho receberam, ao todo, Cr$ 155,00. Havendo João perdido Cr$ 3,50, verificou-se que Pedrinho ficou com o dôbro do que João recebeu. Quanto recebeu cada um? (Valor máximo: 2,0).

Resp.: Cr$ 54,00 e Cr$ 101,00.

Quarta questão: Sônia e Roberto são irmãos. No dia de Natal, receberam, ao todo, Cr$ 121,00. Roberto gastou três quartos do que recebeu e Sônia um têrço de sua parte, ficando ambos com quantias iguais. Quanto recebeu cada um? (Valor máximo: 2,0).

Resp.: Cr$ 33,00 e Cr$ 88,00.

Quinta questão: A área de um terreno é de 30,20 decâmetros quadrados. Os três quartos do terreno devem ser plantados com determinado cereal cuja tonelada custa Cr$ 1 500,00. Sabendo-se que a despesa feita na compra do cereal foi de Cr$ 22,50, pergunta-se:

1.º) qual a área, em hectares, que deve ser plantada?

2.º) qual a área, em centiares, em que serão plantados 10 quilogramas do cereal? (Valor máximo: 2,5).

Resp.: 1.º) 0,2265 ha; 2.º) 1 510 ca.

1944

Primeira questão: Um ciclista deveria percorrer 60 quilômetros em 5 horas. Percorrida a metade desta distância, verificou que sua velocidade fôra de 2 quilômetros por hora menos do que realmente deveria ter sido. Pede-se a velocidade com que deverá percorrer a outra metade, a fim de completar o percurso no tempo prèviamente determinado.

Resp.: 15 km/h.

Segunda questão: Uma peça de fazenda foi dividida entre três pessoas. A primeira ficou com 2/5 da peça e mais 4 metros; a segunda com 1/3 da peça e mais 5 metros; a terceira com os 7 metros restantes. Quantos metros recebeu cada pessoa?

Resp.: 28 m; 25 m e 7 m.

Terceira questão: Num colégio há mais 16 alunos internos do que externos. Sabe-se que a metade do número de externos é igual a 3/8 do número de internos. Quantos alunos externos e quantos alunos internos há no colégio?

Resp.: 64 internos e 48 externos.

Quarta questão: Acrescentando-se 45 ao produto de um número por 2/3, ficam faltando ainda 15 para completar o quociente da divisão do mesmo número por 4/3. Qual é êsse número?

Resp.: 720.

Quinta questão: Enche-se um reservatório com 3 hectolitros de água destilada (a 4 graus centígrados) e mais uma certa quantidade de óleo, cujo decalitro pesa 9,25 quilogramas.

Sabendo-se que o pêso total dos dois líquidos é 0,374 toneladas, pede-se, em litros, a capacidade do reservatório.

Resp.: 380 litros.

(Valor máximo de cada questão: 20 pontos).

1945

Preencha os claros com as palavras ou os números que devam completar cada uma das questões seguintes:

1.ª) No sistema decimal de numeração cem unidades de terceira ordem formam dez unidades de .... ordem. (Grau 3).

Resp.: Quarta.

2.ª) Do número .... inclusive até 2 573 inclusive há 348 números inteiros e sucessivos. (Grau 3).

Resp.: 2 226.

3.ª) O algarismo que se deve escrever no lugar da letra *a* para que o número 356*a*4 seja simultâneamente divisível por 4 e por 9 é ... (Grau 3).

Resp.: Zero.

4.ª) 175 m equivalem a .... vêzes 2,5 dam. (Grau 3).

Resp.: Sete.

5.ª) 5 dl equivalem a .... do decímetro cúbico. (Grau 3).

Resp.: Metade.

6.ª) .... ha + 14,38 dam^2 = 2 008 ca. (Grau 3).

Resp.: 0,057.

7.ª) Numa divisão o quociente é igual ao divisor e o resto é o maior possível. Sendo a soma do divisor e do quociente igual a 6, o dividendo será .... (Grau 4).

Resp.: 11.

8.ª) Sendo o m.m.c. de dois números igual ao produto dêles, o seu m.d.c. será igual ..... (Grau 4).

Resp.: À unidade.

9.ª) Dados dois números inteiros e desiguais, devo acrescentar .... ao menor para obter o maior. (Grau 4).

Resp.: A diferença.

10.ª) A fração de denominador 35 e equivalente $\frac{15}{21}$ é ..... (Grau 4).

Resp.: $\frac{25}{35}$.

11.ª) Da metade de .... subtraindo-se $\frac{1}{3}$ obtém-se $\frac{1}{12}$ para resto. (Grau 4).

Resp.: $\frac{5}{6}$.

12.ª) Obtém-se o número $\frac{2}{5}$ quando se toma a fração... de $\frac{7}{9}$. (Grau 4).

Resp.: $\frac{18}{35}$.

13.ª) Preciso multiplicar o número decimal ... por $\frac{1}{4}$ para obter o quociente de 0,18 por $\frac{3}{10}$. (Grau 4).

Resp.: 2,4.

14.ª) Devo multiplicar 20 por .... para que o produto esteja contido cinco vêzes em 1 300. (Grau 5).

Resp.: 13.

15.ª) Aumentando o número .... dos seus 0,5, teremos 22,5. (Grau 5).

Resp.: 15.

16.ª) As frações respectivamente equivalentes a $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}$ e tais que o denominador da primeira é igual ao numerador da segunda e o denominador desta igual ao numerador da terceira são .... (Grau 6).

Resp.: $\frac{2}{6}$, $\frac{6}{15}$ e $\frac{15}{30}$.

17.ª) A soma dos três números que figuram numa subtração é 114. O resto é a metade do subtraendo. O subtraendo é igual a .... (Grau 6).

Resp.: 38.

18.ª) Dividindo-se o número .... por 6 ficam faltando 115 unidades ao quociente para se obter o dividendo. (Grau 6).

Resp.: 138.

19.ª) Dois vasos contêm em conjunto 3,57 hl. Tirando-se 75 l do primeiro e 10,5 dal do segundo, ficam quantidades iguais. A capacidade do primeiro vaso é .... e a do segundo .... (Grau 6).

Resp.: 163,5 l e 193,5 l.

20.ª) Um terreno está dividido em duas partes, tendo a segunda mais 5 ha do que a primeira. Sabe-se que 1/4 da primeira vale 1/5 da segunda. Calcular a área da primeira parte em m². (Grau 10).

Resp.: 200 000 m².

21.ª) Comprei 50 frutas entre peras e maçãs, pagando ao todo Cr$ 90,00. Cada maçã custou Cr$ 2,00 e cada pera Cr$ 1,50. Quantas maçãs e quantas peras comprei? (Grau 10).

Resp.: 30 e 20.

1947

Preencha convenientemente as lacunas existentes nas afirmações seguintes:

1.ª) O número que é inferior de 17 unidades ao quociente de sua divisão por 3/4, é .... (Grau 0,5).

Resp.: 51.

2.ª) Dividindo o número decimal 0,16 por .... obtenho o número cujo quíntuplo é 1. (Grau 0,5).

Resp.: 0,8.

3.ª) A fração equivalente a $\frac{15}{35}$, cujos têrmos têm para m.d.c. 12, é .... (Grau 0,5).

Resp.: $\frac{36}{84}$.

4.ª) Dividi um número por outro e encontrei 0,25 para quociente. Se tivesse dividido o segundo pelo primeiro, teria obtido.... para quociente. (Grau 0,5).

Resp.: 4.

5.ª) Tomando 3/5 do número .... obtenho um resultado inferior de 26 unidades ao número dado. (Grau 0,5).

Resp.: 65.

6.ª) Se a diferença de dois números é o triplo do menor, o m.m.c. dêsses números é o .... do menor. (Grau 0,5).

Resp.: Quádruplo.

7.ª) Se a área de um terreno retangular de 8 decâmetros de largura é 1 hectare, sua largura tem .... metros menos do que seu comprimento. (Grau 0,7).

Resp.: 45 m.

8.ª) Aumentando-se de 18 unidades a diferença de dois números, dos quais o menor vale 1/3 do maior, obtém-se 70. Os números são .... e .... (Grau 0,7).

Resp.: 26 e 78.

9.ª) Se gastasse 1/3 da quantia que tinha e, depois, mais Cr$ 15,00, ficaria com a metade da quantia que possuía. A quantia que possuía era Cr$.... (Grau 0,7).

Resp.: Cr$ 90,00.

10.ª) Se, diminuindo 215 unidades do produto de um número por 5, encontro para resto a metade dêsse produto, aquêle número é .... (Grau 0,7).

Resp.: 86.

11.ª) Para representar todos os números inteiros de 1 até .... preciso escrever 270 algarismos arábicos. (Grau 0,7).

Resp.: 126.

12.ª) Uma vasilha cheia d'água (destilada a 4 graus centígrados) pesa 1 750 gramas e cheia de óleo pesa 1 600 gramas. Se a vasilha vazia pesa 250 gramas, concluiremos que o litro dêsse óleo pesa .... (Grau 0,7).

Resp.: 0,9 kg.

13.ª) Aumentando-se de 4 unidades o minuendo de uma subtração e diminuindo-se de 3 unidades seu subtraendo, o resto passou a ser 27 unidades. Se, em vez dessa alteração, se tivesse diminuído o minuendo de 3 unidades e aumentado o subtraendo de 4 unidades, ter-se-ia obtido o resto ... (Grau 0,8).

Resp.: 13.

Problemas que deverão ser resolvidos na fôlha de papel almaço:

1.º) Um reservatório estava cheio d'água. Esvaziou-se êsse reservatório de 1/3 da sua capacidade e retirou-se depois 4 hectolitros d'água. Quantos litros ficaram se o volume restante corresponde a 3/5 da capacidade total do reservatório?

Resp.: 3 600 litros.

2.º) Se uma professôra desse 2 lápis a cada um dos alunos de sua turma, sobrar-lhe-iam 14 lápis. Tendo, porém, faltado 5 alunos, verificou que se desse 4 lápis a cada um dos que

compareceram não sobraria nenhum lápis. Quantos lápis possuía a professôra? (Valor de cada problema: 1 ponto).

Resp.: 48 lápis.

1947

Preencha convenientemente as lacunas existentes nas afirmações seguintes:

1.ª) Para representar todos os números inteiros desde o número 33, inclusive, ao número 321, inclusive, precisamos escrever, ao todo .... algarismos.

Resp.: 800.

2.ª) Uma pessoa, ao multiplicar um número por 40, multiplicou-o por 4 e esqueceu-se de colocar um zero à direita do produto; encontrou, então, um produto inferior de 8 928 unidades ao que deveria ser obtido. Aquêle número é....

Resp.: 248.

3.ª) O m.m.c. dos números $2^3 \times 3^m \times 5^2$ e $2^n \times 3^2 \times 5$ será $2^5 \times 3^4 \times 5^2$ se m fôr igual a ... e se n fôr igual a ...

Resp.: 4 e 5.

4.ª) O menor número que, dividido por 12, por 20 e por 36, deixa sempre resto 5 é ....

Resp.: 185.

5.ª) Multipliquei um número pelo produto dos três primeiros números primos. O resultado obtido excedeu de 145 unidades aquêle número. Aquêle número é...

Resp.: 29.

6.ª) Duas frações são equivalentes. O numerador da primeira é 45 e o m.d.c. de seus têrmos é 15. A segunda é irredutível e tem para denominador 7. Logo, a primeira fração é...

Resp.: $\frac{45}{105}$.

7.ª) Subtraindo de 72 os 2/5 de um número obtemos os 4/5 dêsse número. Êsse número é....

Resp.: 60.

8.ª) Subtraindo do número .... o quociente de sua divisão por 3, obtemos 258.

Resp.: 387.

9.ª) O quociente da divisão de 0,0501 por 0,5 é igual à têrça parte do número ....

Resp.: 0,3006.

10.ª) Se somarmos o número decimal .... com os seus oito décimos, obteremos 0,288.

Resp.: 0,16.

11.ª) 2/3 de 0,45 dam² somados com a metade de 6,04 ha, dão .... m².

Resp.: 30 230 m².

12.ª) Comprei três centésimos de um metro cúbico de óleo e gastei 2 litros. Fiquei com .... hectolitros.

Resp.: 0,28.

13.ª) O quociente da divisão do número ..... por ¾ ultrapassa êsse número de 27 unidades.

Resp.: 81.

14.ª) Um tanque com 4 metros de comprimento e 2 metros de largura tem água até os 2/3 de sua altura. Se acrescentarmos 160 hectolitros d'água ficará completamente cheio. A altura do tanque é .... metros.

Resp.: 6.

15.ª) Um vaso cheio d'água destilada na temperatura de 4 graus centígrados pesa 5,1 kg. Retirando-se 2/3 da água nêle contida, seu pêso fica reduzido a 27 hg. Concluímos, então, que o vaso pesa .... gramas.

Resp.: 1 500.

16.ª) O minuendo de uma subtração é 346. O subtraendo e o resto são números pares consecutivos, sendo o resto o maior dêles. Logo, o subtraendo é....

Resp.: 172.

17.ª) Somando .... ao numerador da fração $\frac{127}{168}$, obtemos uma fração igual a $\frac{7}{8}$.

Resp.: 20.

18.ª) Se o quilograma de um óleo custa Cr$ 8,00 e se o litro dêsse óleo pesa 900 gramas, um metro cúbico dêsse óleo deve custar Cr$......

Resp.: 7 200,00.

19.ª) Para comprar 50 peras do mesmo preço, precisaria de mais Cr$ 10,00 além da quantia de que disponho. Se comprasse 40 peras, sobrar-me-iam Cr$ 8,00. Logo, a quantia que possuo é Cr$......

Resp.: 80,00.

20.ª) Efetue as operações indicadas na expressão seguinte, dando, no lugar indicado, o resultado final em *fração ordinária irredutível:*

$$\frac{3}{5} - \frac{2}{5} \times \frac{3}{8} + \frac{0{,}22 \div 5\frac{1}{2}}{0{,}0888\ldots}$$

Resp.: $\frac{9}{10}$.

Valor de cada questão: 0,5.

1948

1.ª) Em um número decimal, 50 unidades de quarta ordem decimal correspondem a meia unidade de ..... ordem decimal.

Resp.:

2.ª) O volume correspondente a 1 020 metros cúbicos contém .... meios decalitros.

Resp.: 204.

3.ª) Somando ao número .... o quociente de sua divisão por 5, obtemos 114.

Resp.: 95.

4.ª) Dividindo-se 1 112 por ... obtém-se o quociente 65 e o resto 7.

Resp.: 17.

5.ª) O número ... excede de 19 unidades os seus ¾.

Resp.: 76.

6.ª) A diferença de dois números é 49. O maior excede de 5 unidades o triplo do menor.. O maior é....

Resp.: 71.

7.ª) O dividendo de uma divisão é 237, o resto é 16 e o divisor é o menor possível. O quociente é....

Resp.: 13.

8.ª) A soma de dois números é 260. A metade da diferença dêsses números é igual ao menor dêles. O maior dos números é ....

Resp.: 195.

9.ª) Somando-se 10 ao denominador da fração $\frac{15}{25}$ e ... ao seu numerador, a fração não muda de valor.

Resp.: 6.

10.ª) A dízima periódica 0,58333... é equivalente à fração .... cujo máximo divisor comum dos dois têrmos é 4.

Resp.: $\frac{28}{48}$.

11.ª) O produto da fração irredutível .... por $\frac{2}{3}$ é o que falta a $\frac{1}{3}$ para se obter $\frac{5}{6}$.

Resp.: $\frac{3}{4}$.

12.ª) Duas frações ordinárias são equivalentes a 0,5. O numerador da primeira é 2 e seu denominador é a têrça parte do numerador da segunda. A segunda fração é....

Resp.: $\frac{12}{24}$.

13.ª) O quociente da divisão de 0,080 162 por 0,04 é igual aos dois décimos do número decimal....

Resp.: 10,02025.

14.ª) Dividindo-se o número .... por 8 e multiplicando-se o quociente achado por 0,3, obtém-se 7,2.

Resp.: 192.

15.ª) Dei 5 laranjas a cada menino e fiquei com 30 laranjas. Se tivesse dado 7 laranjas a cada um, teria ficado com 4 laranjas. O número de meninos é....

Resp.: 13.

16.ª) A soma das áreas de dois terrenos é 50 hectares. O primeiro terreno tem mais 1 400 decâmetros quadrados que o segundo. A área do segundo é de .... quilômetros quadrados.

Resp.: 0,18.

17.ª) Dividiu-se um terreno de 200 hectares de área em duas partes. A quarta parte da primeira é igual à sexta parte da segunda. A primeira parte tem .... decâmetros quadrados.

Resp.: 8 000.

18.ª) O pêso de um vaso cheio d'água é 11 quilogramas. Tirando-se 2/3 da água contida no vaso, êsse pêso reduziu-se a 4 600 gramas. A capacidade do vaso é de ..... decalitros.

Resp.: 0,96.

19.ª) Um vaso cheio de um certo líquido pesa mais 1 quilograma do que se estivesse cheio d'água. Um decalitro dêsse líquido pesa 12 quilogramas. A capacidade do vaso é de ... litros.

Resp.: 5.

20.ª) O produto do resultado da expressão $\dfrac{0,01818\ldots}{\frac{2}{3} \div 2,75}$ pelo resultado da expressão $\frac{4}{9} + \frac{2}{9} \times 3,6$ é a fração irredutível ....

Resp.: $\frac{7}{75}$.

Observação. — O valor de cada questão é 0,5.

1949

1. Dois números diferem de 96 unidades. Aumentando-se cada um dêles de 5 unidades, o maior torna-se o quádruplo do menor. O maior dos dois números é....

Resp.: 123.

2. Quatro números ímpares são consecutivos. A soma do primeiro com o quarto é 1 600. O maior dos quatro números é...

Resp.: 803.

3. A diferença de dois números é 663 e a soma dêsses números é igual a 19 vêzes o menor dêles. O maior dos dois números é....

Resp.: 702.

4. Numa subtração o minuendo é o dôbro do subtraendo. Se subtrairmos 3 unidades do minuendo e 4 do subtraendo, a diferença dos resultados será 36. O minuendo primitivo era...

Resp.: 70.

5. Pedro e João tinham ao todo Cr$ 63,00. Tendo João perdido Cr$ 3,00, Pedro deu-lhe Cr$ 5,00 e os dois ficaram com quantias iguais. João tinha....

Resp.: Cr$ 28,00.

6. A soma de duas frações é 1,1 e a maior excede a menor de $\frac{1}{10}$. A fração ordinária irredutível equivalente à menor daquelas duas frações é....

Resp.: $\frac{1}{2}$.

7. Um número qualquer fica diminuído dos seus $\frac{7}{15}$ quando o dividimos pelo número decimal...

Resp.: 1,875.

8. O quociente da divisão de dois números é 0,4545..., e a diferença dêsses números é 48. O menor dêles é....

Resp.: 40.

9. O menor de dois números tem 382 unidades menos que o maior. Um têrço do menor vale 0,2 do maior. O menor dos números é....

Resp.: 573.

10. O quociente da divisão do número ..... por $\frac{13}{17}$ excede êsse número de 12 unidades.

Resp.: 39.

11. A soma de dois números é 2 080. Diminuindo o primeiro dos seus 0,25 e o segundo dos seus ¾, obtêm-se resultados iguais. O segundo dos números é....

Resp.: 1 560.

12. Se eu acrescentar 6 unidades à têrça parte do número .... ainda fica faltando uma unidade para completar a metade dêsse número.

Resp.: 42.

13. Uma turma de operários faz um trabalho em 4 dias. A metade dessa turma juntamente com a metade de outra turma, faria em um dia $\frac{13}{72}$ do mesmo trabalho. A segunda turma, sòzinha, faria o trabalho todo em .... dias.

Resp.: 9.

14. Um pai tem 30 anos mais do que seu filho. Se êste tivesse nascido dois anos mais tarde, sua idade seria, atualmente, a têrça parte da idade do pai. A idade atual do filho é .... anos.

Resp.: 18.

15. Subtraindo-se 1,5009 do produto do número ..... por 1,5, obtém-se a metade dêsse produto.

Resp.: 2,0012.

16. Dividindo-se o número .... por 0,4, multiplicando o quociente obtido por 0,5 e somando ao novo resultado a sua própria metade, encontra-se 52,5.

Resp.: 28.

17. Uma pessoa tinha que dividir o número ... por 3, mas enganou-se e multiplicou-o por 3 e encontrou mais 104 unidades do que deveria ter encontrado.

Resp.: 39.

18. A base de um tanque é um retângulo de três metros de comprimento e 25 decímetros de largura. Sua capacidade é 1 125 decalitros. Para a capacidade ficar reduzida a 4 metros cúbicos e 5 decímetros cúbicos, a altura deve ser diminuída de .... centímetros.

Resp.: 96,6.

19. Um tanque está cheio d'água. Esvaziando-se de um têrço da sua capacidade restam 21,35 hectolitros mais do que a sua quarta parte. O pêso da água contida no tanque quando cheio é de .... toneladas.

Resp.: 5,124.

20. Se eu diminuir da área de um terreno os seus 5/8, a área passará a ter 112,50 decâmetros quadrados, mas se eu acrescentar .... centiares ela ficará com 5 hectares e 4 ares.

Resp.: 20 400.

Observação: Valor de cada questão 0,5.

1950

1. Qual a fração irredutível equivalente a $\frac{72}{108}$?

Resp.: $\frac{2}{3}$.

2. Escreva em algarismos romanos o número 1949.
Resp.: MCMXLIX.

3. Qual a diferença entre o menor número de 5 algarismos e o maior número de 3 algarismos?
Resp.: 9001.

4. Qual a fração irredutível igual ao dôbro de $\frac{3}{8}$?

Resp.: $\frac{3}{4}$.

5. Escreva o número decimal: "trinta e dois décimos milésimos".

Resp.: 0,0032.

6. Que número devo subtrair de 232 para obter a oitava parte dêsse número?

Resp.: 203.

7. Numa divisão o dividendo é 136, o quociente é 12 e o resto é 4. Qual é o divisor?

Resp.: 11.

8. Qual o menor múltiplo de 8 que é divisível por 12 e por 15?

Resp.: 120.

9. Qual a maior fração de denominador 5 cujo valor é inferior a 12?

Resp.: $\frac{59}{5}$.

10. Dividi uma grandeza em 6 partes iguais e cada uma dessas partes em 4 partes iguais. Que fração dessa grandeza representam três dessas partes menores?

Resp.: $\frac{1}{8}$.

11. O som percorre no ar 340 metros por segundo. Que distância (em quilômetros) percorrerá em um minuto e meio?

Resp.: 30,6 km.

12. Qual o custo da pavimentação de um pátio de 8,40 m de comprimento e 4,50 m de largura à razão de Cr$ 60,00 por metro quadrado?

Resp.: Cr$ 2 268,00.

13. Qual a fração irredutível que se obtém multiplicando-se por 6 a maior das frações $\frac{5}{12}$ e $\frac{3}{8}$?

Resp.: $\frac{5}{2}$.

14. Se um feirante vende limões à razão de 3 por 2 cruzeiros, quanto devem custar 5 dúzias dêsses limões?

Resp.: Cr$ 40,00.

15. Medi o comprimento de um terreno e achei 18 passos e 2 pés. Verifiquei, depois, que o comprimento de meu passo vale 65 cm e o de meu pé 25 cm. Qual é o comprimento do terreno em metros?

Resp.: 12,20 m.

16. Enchi um tanque de um metro de comprimento, 80 cm de largura e 60 cm de altura com 30 latas d'água da mesma capacidade. Qual a capacidade em litros de cada lata?

Resp.: 16 litros.

17. Um número misto excede a unidade de $\frac{2}{3}$. Que fração é igual à metade dêsse número?

Resp.: $\frac{5}{6}$.

18. Qual o menor número inteiro pelo qual se deve multiplicar 180 para se obter um produto múltiplo de 216 ?

Resp.: 6.

19. Quanto pesa o ar contido numa sala de 4,20 m de comprimento, 3,50 m de largura e 3 m de altura, sabendo-se que 1 dm^3 de ar pesa aproximadamente 1,3 g ?

Resp.: 57,33 kg.

20. Que número decimal se obtém dividindo-se $\frac{3}{4}$ de 0,064 por 0,32 ?

Resp.: 0,15.

21. Prometi a uma pessoa $\frac{1}{5}$ do lucro num negócio e adiantei-lhe Cr$ 500,00 por conta dessa promessa. Realizado o negócio, cumpri a promessa dando-lhe mais Cr$ 250,00. Qual foi aquêle lucro?

Resp.: Cr$ 3 750,00.

22. Meu irmão nasceu 2 anos antes de mim e minha irmã é mais moça 4 anos do que eu. Quando a soma das idades dêsses dois irmãos fôr 30 anos, que idade terá minha irmã?

Resp.: 12.

23. Uma caixa d'água deve ter 3 m de comprimento e 1,20 m de largura. Quantos centímetros deve ter de altura para que sua capacidade seja 4 500 litros?

Resp.: 125 cm.

24. Decomponha 1 960 em fatôres primos e calcule a soma dos expoentes dêsses fatôres primos.

Resp.: 6.

25. O produto de dois números é 540. Subtraindo-se 5 do multiplicando o produto passa a ser 480. Qual é o multiplicando ?

Resp.: 45.

26. Reduzir ao mínimo numerador comum as frações $\frac{12}{13}$, $\frac{4}{5}$ e $\frac{9}{10}$.

Resp.: $\frac{36}{39}$, $\frac{36}{45}$, $\frac{36}{40}$.

27. Qual o menor número primo que não é divisor de 450 ?

Resp.: 7.

28. Qual o quociente da divisão do m.m.c. dos números 36 e 60 pelo m.d.c. dêsses números?

Resp.: 15.

29. Se me fizessem um desconto de 80 centavos em cada caderno, poderia com os Cr$ 108,00 que possuo comprar um caderno para cada um de meus 15 alunos. Qual o preço de cada caderno sem o desconto?

Resp.: Cr$ 8,00.

30. Um artista foi contratado para numerar as páginas de um álbum, devendo ganhar Cr$ 5,00 por algarismo desenhado. Recebeu por êsse trabalho Cr$ 1 710,00. Quantas páginas tinha o álbum?

Resp.: 150.

31. Se um litro de um óleo pesa 960 gramas, qual o volume ocupado por 2,4 toneladas dêsse óleo?

Resp.: 2,500 m³.

32. A colocação do algarismo 3 à direita de um número equivaleu a aumentar êsse número de 201 unidades. Qual é êsse número?

Resp.: 22.

33. Somando $\frac{3}{5}$ a uma fração de numerador igual a 12, obtive para resultado a unidade. Qual o denominador dessa fração?

Resp.: 30.

34. Uma torneira encheu um tanque em 2 horas e meia. Na primeira hora sua descarga foi de 2 litros por minuto e no restante do tempo de 3 litros cada 2 minutos. Qual a capacidade do tanque?

Resp.: 255 litros.

35. Medi o comprimento de um corredor e encontrei 8,40 m. Verifiquei, depois, que o metro utilizado era de fabricação defeituosa, pois seu comprimento tinha menos 2 centímetros do que o verdadeiro. Qual a medida exata do corredor?

Resp.: 8,232 m.

1951

1. Escreva em algarismos romanos a diferença entre MMDXIX e MDIX.

Resp.: MX.

2. Quantos números pares há entre 273 e 833 ?

Resp.: 280.

3. A soma de quatro múltiplos consecutivos de 7 é 266. Calcule o maior dêsses múltiplos.

Resp.: 77.

4. De quantos centésimos 0,434 excede a sexta parte do quociente de 72,144 por 36 ?

Resp.: 100.

5. Um reservatório tinha 4,200 m³ de óleo. Retiram-se 30 hl dêsse óleo. Quantos litros ficaram no reservatório?

Resp.: 12.

6. Efetue as operações indicadas na expressão seguinte e dê seu resultado em *número decimal*.

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{3} \times 0,6 - \frac{0,0333\ldots \times 0,9}{1 - 0,88}$$

Resp.:

7. Uma geladeira foi vendida por Cr$ 17 640,00 com um lucro de $\frac{2}{5}$ de seu preço de compra. Calcule êsse preço de compra.

Resp.: Cr$ 12 600,00.

8. A soma de dois números é 4,608 e o dôbro de sua diferença é 1,024. Que número decimal é um décimo do quociente do maior daqueles números pelo menor?

Resp.:

9. Somaram-se $\frac{2}{3}$ e o inverso de 3,6. Quanto falta ao resultado para completar duas unidades?

Resp.:

10. Quando os gêmeos Antônio e Carlos nasceram, Mário tinha 7 anos. Atualmente a soma das idades dos três é 76 anos. Calcule a idade atual de Mário.

Resp.:

11. O produto de dois números é 7,92. Qual o número decimal cujos $\frac{3}{4}$ são o produto de $\frac{1}{5}$ do primeiro daqueles números pelo dôbro do segundo?

Resp.:

12. A diferença entre um número e sua metade excede de 15 o quociente de 36 por 0,1. Calcule aquêle número.

Resp.:

13. Um número termina em zero. Suprimindo-se êsse zero, obtém-se um número inferior de 396 unidades ao primeiro número. Calcule êsse primeiro número.

Resp.:

14. O minuendo de uma subtração é 4 139. O resto excede o quíntuplo do subtraendo de 2 705. Calcule o subtraendo.

Resp.:

15. Em vez de multiplicar um número por 82, uma pessoa, por engano, multiplicou-o por 28, tendo, assim, obtido um produto inferior de 11 016 unidades ao verdadeiro produto. Calcule o número que foi multiplicado por 28.

Resp.:

16. Subtraindo 2 unidades dos têrmos de uma fração, obtém-se outra fração, cujos têrmos têm para m.d.c. 6, e é equivalente $\frac{117}{195}$. Calcule a primeira fração.

Resp.:

17. Uma pessoa gastou $\frac{1}{5}$ do que tinha, a seguir a metade do que lhe sobrou e depois Cr$ 600,00; ficou com Cr$ 600,00. Quanto tinha primitivamente?

Resp.:

18. Têm-se 3 frações, sendo as duas primeiras iguais e a terceira a metade de uma dessas frações iguais. Calcule a menor delas, sabendo que a soma das três excede de 2 unidades a décima parte de uma das duas primeiras.

Resp.:

19. Dois terrenos têm de áreas 600 m² e 0,06 ha, respectivamente. O preço de 1 m² do primeiro é $\frac{2}{5}$ do preço de 1 m² do segundo. Os dois foram vendidos, conjuntamente, por Cr$ 63 000,00. Calcule o preço de 1 m² do primeiro.

Resp.:

20. A soma das capacidades de dois reservatórios é 20 hl. O primeiro contém água até os $\frac{3}{4}$ de sua capacidade e o segundo até a metade. Se colocarmos a água do primeiro no segundo, êste ficará cheio. Qual o volume do segundo em metros cúbicos?

Resp.:

2) ESCOLA NORMAL CARMELA DUTRA

1949

Primeira questão: Calcular o valor de

$$1\frac{4}{5} \times \left(\frac{4}{5} + 3,2333\ldots - 1,54\right)$$

(Valor: 1 ponto).

Resp.: $4\frac{61}{125}$ ou 4,48.

Segunda questão: Num terreno retangular de 18 dam de perímetro, a largura é $\frac{1}{5}$ do comprimento. Qual o valor dêsse terreno se fôr pago à razão de Cr$ 250 000,00 o hectare? (Valor: 2 pontos).

Resp.: Cr$ 28 125,00

Terceira questão: Escrever em algarismos arábicos e romanos os seguintes números:

a) um milhão e trinta mil e oito.
b) seis milhões e setecentos mil e quarenta.

(Valor: 0,5 pontos).

Resp.: *a*) 1 030 008 e $\overline{\text{MXXX}}\text{VIII}$.

b) 6 700 040 e $\overline{\overline{\text{VI}}\text{DCC}}\text{XL}$.

Quarta questão: A soma dos três números que figuram em uma subtração é 7 492. O resto excede o subtraendo de 3 438. Quais são os três números? (Valor: 1 ponto).

Resp.: 3 746, 154 e 3 592.

Quinta questão: Calcular em milésimos o valor de:

$$2,4 + 0,3 \times 1,62 - 0,87 \div 3,025 =$$

(Valor: 1 ponto).

Resp.: 2,599.

Sexta questão: Colocar em ordem de grandeza crescente as seguintes frações: $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{8}$ e $\frac{13}{18}$. (Valor: 0,5 ponto).

Resp.: $\frac{7}{12} < \frac{5}{8} < \frac{13}{18}$.

Sétima questão: Distribuir Cr$ 2 170,00 entre três pessoas de modo que à segunda caibam os $\frac{3}{5}$ da parte da primeira, e a terceira receba $\frac{2}{7}$ da parte que receber a segunda. (Valor: 2 pontos).

Resp.: Cr$ 1 225,00; Cr$ 735,00 e Cr$ 210,00.

Oitava questão: Sendo:

$$a = 2 \times 3^2 \times 5^3 \times 7$$
$$b = 2^2 \times 3 \times 11$$
$$c = 2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7^2$$

determinar o m.d.c. entre a, b e c. (Valor: 0,5 ponto).

Resp.: m.d.c. $(a, b, c) = 6$.

Nona questão: Achar os dois menores múltiplos comuns entre 1 155, 360 e 1 440. (Valor: 0,5 ponto).

Resp.: 110 880 e 221 760.

Décima questão: Converter:

em t — 348 dag — *Resp.*: 0,003 48 t
em dm — 3 725 km — 37 250 dm
em mm² — 0,76 a — 76 000 000 mm²
em dm³ — 3 mm³ — 0,003 dm³

(Valor: 1 ponto).

1950

As questões são as mesmas dadas no Instituto de Educação.

3) COLÉGIO PEDRO II (EXTERNATO)

1940

PRIMEIRA TURMA

Primeira questão: Calcular as seguintes expressões:

a) $\frac{5}{8} \div 3\frac{3}{4}$; *b*) $1\frac{1}{9} \times 0{,}15$; *c*) $3\frac{1}{4} + 1{,}25 \times \frac{2}{15}$

Resp.: *a*) $\frac{1}{6}$; *b*) $\frac{1}{6}$; *c*) $3\frac{5}{12}$.

Segunda questão:

a) Decompor 2 964 em fatôres primos.
b) Decompor 5 544 em fatôres primos e somar os expoentes dos fatôres primos encontrados.

Resp.: *a*) $2^2 \times 3 \times 13 \times 19$; *b*) 7.

Terceira questão:

a) Numa divisão, o divisor é 257, o quociente é 59 e o resto é o maior possível. Qual é o dividendo?
b) Numa subtração, a soma do minuendo, do subtraendo e do resto é igual a 516. O subtraendo é igual ao resto. Determinar o minuendo e o resto.

Resp.: *a*) 15 419; *b*) 258 e 129.

SEGUNDA TURMA

Primeira questão: Calcular as seguintes expressões:

a) $\frac{3}{4}\left(2\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right)$ *b*) $\left(0{,}25 + \frac{5}{8}\right) \div \frac{11}{16}$

c) $5 + 3 \times 2\frac{1}{9}$ *d*) $3{,}6 \div \frac{3}{4} - 0{,}083\,5$

Resp.: *a*) $1\frac{23}{40}$; *b*) $1\frac{3}{11}$; *c*) $11\frac{1}{3}$; *d*) 4,716 5

Segunda questão: Comprei um sítio de 2,48 km² à razão de Cr$ 2,00 o metro quadrado. Para vendê-lo com um lucro de Cr$ 24 800,00, que preço deverei fazer para o decâmetro quadrado?

Resp.: Cr$ 201,00.

Terceira questão:

a) Dar em número decimal o quociente de 2 por 128;
b) Dizer qual a menor e qual a maior das seguintes frações: $\frac{11}{64}$, $\frac{7}{201}$ e $\frac{53}{320}$.

Resp.: *a*) 0,015 625.
b) A menor é a segunda e a maior é a primeira.

Quarta questão: Reduzir à expressão mais simples $\frac{852}{2556}$.

Resp.: $\frac{1}{3}$.

Quinta questão: Multiplicar por 100 o quociente da divisão de 0,209 — 0,05409 + 0,535 por 736,15 — 698,48.

Resp.: 1,831.

1941

Primeira questão: Escrever em algarismos arábicos:

a) um milhão e quarenta e sete;
b) três bilhões, quinhentos e cinco mil e oito;
c) duzentos e setenta mil cruzeiros e cinqüenta centavos.

Escrever em algarismos romanos:

a) 1 500;
b) 1 889;
c) 1 930.

Resp.: 1 000 047; 3 000 505 008 e Cr$ 270 000,50.

MD ou $\overline{\text{I}}$D; MDCCCLXXXIX e MCMXXX.

Segunda questão:

a) Formar o m.d.c. dos seguintes números decompostos em fatôres primos (não precisa efetuar o produto indicado): $2^4 \times 3^2 \times 5 \times 7$; $2^3 \times 3^3 \times 5^2$ e $2^3 \times 3^2 \times 7^2$.
b) Determinar pelo processo das divisões sucessivas o m.d.c. de 13 832 e 455.

Resp.: *a*) $2^3 \times 3^2$; *b*) 91.

Terceira questão: Efetuar as seguintes operações com decimais:

a) $2{,}073 \div 0{,}7 \times 0{,}05 \times 0{,}000\,8$
b) $0{,}021 \div 0{,}56$.

Resp.: *a*) 2,072 972; *b*) 0,037 5.

Quarta questão: Efetuar as seguintes operações, dando cada resultado sob a forma mais simples possível:

a) $5 + 7 \times \dfrac{3}{35}$ *Resp.*: $5\dfrac{3}{5}$

b) $\dfrac{3}{8} \div \dfrac{5}{16} - 1$ *Resp.*: $\dfrac{1}{5}$

c) $0{,}24 \times \dfrac{5}{12}$ *Resp.*: 0,1

d) $3\dfrac{3}{4} \div 10\dfrac{1}{2}$ *Resp.*: $\dfrac{5}{14}$

e) $\dfrac{5}{8}$ de $\left(\dfrac{4}{5} - \dfrac{4}{25}\right)$ *Resp.*: $\dfrac{2}{5}$

f) $7\dfrac{1}{5} \times 1\dfrac{2}{3} \div 4\dfrac{1}{2}$ *Resp.*: $2\dfrac{2}{3}$

Quinta questão: Quantas toneladas métricas pesam 40 000 m³ de certa substância, sabendo-se que um litro pesa 2,5 hg ?

Resp.: 10 000 t.

1942

PRIMEIRA TURMA

Primeira questão:

a) A soma de dois números é 48; o maior é o dôbro do menor. Quais são êsses números?
b) Verificar se 323 é número primo.
c) Determinar os dois maiores divisores comuns de 252 e 216.

Resp.: *a*) 32 e 16; *b*) é divisível por 17; *c*) 36 e 18.

Segunda questão:

a) Efetuar: $3\dfrac{1}{2} - \dfrac{4}{9} \div 2\dfrac{2}{3}$.

b) Dividir 0,4242... por 0,08484...

c) Transformar $\dfrac{18}{24}$, em uma fração equivalente, cujo denominador seja 28.

Resp.: *a*) $3\dfrac{1}{3}$; *b*) 5; *c*) $\dfrac{21}{28}$.

Terceira questão:

a) Transformar a metade de 84 hectares em metros quadrados.

b) Se 8,5 kg de uma substância custam Cr$ 127,50, quanto custarão 48 hg da mesma substância?

c) Um reservatório de óleo tem a capacidade de 9,600 m³. Quantas latas de 12 litros se podem encher com o óleo contido nesse reservatório?

Resp.: a) 420 000 m²; b) Cr$ 72,00; c) 800.

SEGUNDA TURMA

Primeira questão:

a) Numa divisão o divisor é 12, o quociente é 10 e o resto é o maior possível. Qual é o dividendo?

b) Escrever um número de seis (6) algarismos, que seja ao mesmo tempo divisível por 2, 3, 5 e 9.

c) Determinar os três menores múltiplos comuns de 84 e 96.

Resp.: a) 131; b) 100 080, etc; c) 672, 1 344 e 2 016.

Segunda questão:

a) Dispor em ordem de grandeza crescente as frações:

$$\frac{4}{5}, \quad \frac{3}{4}, \quad \frac{5}{6}, \quad \frac{7}{12}$$

b) Efetuar: $2\frac{1}{20} - 0{,}02121\ldots \div 0{,}4242\ldots$

c) Os $\frac{3}{4}$ de uma peça de fazenda custam Cr$ 12,00. Quanto custará a metade dessa peça?

Resp.: a) $\frac{7}{12} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5} < \frac{5}{6}$; b) 2; c) Cr$ 8,00.

Terceira questão:

a) Transformar 48,752 m³ em milímetros cúbicos.

b) Se 2 500 m³ de uma substância pesam 3 toneladas, quantos gramas pesarão 750 litros?

c) A área de uma sala é de 45 m². Quantos tacos de madeira, de 150 cm² serão necessários para assoalhar essa sala?

Resp.: a) 48 752 000 000 mm³; b) 900 000 g; c) 3 000 tacos.

1943

PRIMEIRA TURMA

Primeira questão: Ao fazerem uma excursão, os 235 alunos da 1.ª série de um ginásio ocuparam 3 ônibus grandes e 3 pequenos, mas 25 alunos tiveram de viajar de pé. Cada um dos ônibus maiores tem mais 12 lugares que um dos menores. Quantos alunos viajaram sentados em cada um dos ônibus maiores e em cada um dos menores?

Resp.: 41 e 29.

Segunda questão:

a) Reduzir ao mínimo denominador comum as frações:

$$\frac{5}{8}, \quad \frac{7}{12}, \quad \frac{4}{15}$$

b) Reduzir à expressão mais simples:

$$\frac{18 \times 84 \times 209}{28 \times 81 \times 247}$$

Resp.: a) $\frac{75}{120}, \frac{70}{120}, \frac{32}{120}$; b) $\frac{22}{39}$.

Terceira questão: Efetuar as seguintes operações, simplificando-as tanto quanto possível:

a) $3 + 5 \times \frac{7}{20}$ Resp.: $4\frac{3}{4}$

b) $3\frac{1}{5} \div 2\frac{2}{3}$ Resp.: $1\frac{1}{5}$

c) $9 - 2 \div \frac{6}{7}$ Resp.: $6\frac{2}{3}$

d) $2\frac{1}{4} \times 2\frac{1}{3}$ Resp.: $5\frac{1}{4}$

Quarta questão: Efetuar as seguintes operações, conservando os dados com a forma de números decimais:

a) $3{,}5 - 2{,}4735$ Resp.: 1,0265
b) $4{,}2 \times 0{,}3 \times 0{,}05$ Resp.: 0,063
c) $0{,}072 \div 8$ Resp.: 0,009
d) $5{,}2 \div 0{,}008$ Resp.: 650

Quinta questão: Efetuar as seguintes mudanças de unidade:

a) 25 cm = ... m Resp.: 0,25 m
b) 938,5 g = ... kg Resp.: 0,9385 kg
c) 5,6 ha = ... m^2 Resp.: 56 000 m^2
d) 8,500 m^3 = ... litros Resp.: 8 500 *l*

SEGUNDA TURMA

Primeira questão: Os 240 alunos da 4.ª série de um ginásio, dos quais 198 são cariocas, estão grupados em turmas iguais. Em cada turma há 7 alunos que não são cariocas. Quantas são as turmas e quantos alunos há em cada turma? (Escrever o raciocínio e os cálculos).

Resp.: 6 e 40.

Segunda questão:

a) Extrair o inteiro da fração $\frac{1345}{16}$.

b) Reduzir ao mínimo denominador comum as frações:

$$\frac{5}{6},\ \frac{3}{16} \text{ e } \frac{7}{24}$$

Resp.: a) $84\frac{1}{16}$; b) $\frac{40}{48}, \frac{9}{48}, \frac{14}{48}$.

Terceira questão: Efetuar as seguintes operações, conservando os dados com a forma de números decimais:

a) $4{,}7 - 3{,}975$ Resp.: 0,725
b) $3{,}5 \times 0{,}8 \times 0{,}003$ Resp.: 0,0084
c) $0{,}084 \div 7$ Resp.: 0,012
d) $3{,}4 \div 0{,}004$ Resp.: 850

Quarta questão: Efetuar as seguintes operações, simplificando-as o mais possível:

a) $7 + 4 \times \frac{5}{12}$ Resp.: $8\frac{2}{3}$

b) $4\frac{1}{2} \div 3\frac{3}{4}$ Resp.: $1\frac{1}{5}$

c) $12 - 2 \div \frac{4}{5}$ Resp.: $9\frac{1}{2}$

d) $3\frac{1}{5} \times 1\frac{7}{8}$ Resp.: 6

Quinta questão: Efetuar as seguintes mudanças de unidade:

a) 83,9 mm = ... m Resp.: 0,0839 m
b) 3,2 ha = ... m^2 Resp.: 32 000 m^2
c) 9,6 cg = ... g Resp.: 0,096 g
d) 7,500 m^3 = ... litros Resp.: 7 500 litros

1944

Primeira questão: Efetuar as seguintes operações (nos resultados só se admitem frações próprias irredutíveis):

a) $3\frac{3}{8} - 2\frac{5}{6}$ *Resp.*: $\frac{13}{24}$

b) $4 \times 2\frac{5}{12}$ *Resp.*: $9\frac{2}{3}$

c) $3\frac{3}{4} \times 2\frac{2}{5}$ *Resp.*: 9

d) $2\frac{5}{8} \div 1\frac{3}{4}$ *Resp.*: $1\frac{1}{2}$

e) $12 \div 1\frac{1}{5}$ *Resp.*: 10

Segunda questão: Efetuar as seguintes operações, conservando a forma decimal:

a) $1{,}073 + 0{,}93 - 2{,}0003$ *Resp.*: 0,0027
b) $2{,}25 \times 1{,}004$ *Resp.*: 2,259
c) $0{,}0048 \times 0{,}0125$ *Resp.*: 0,00006
d) $1{,}8 \div 0{,}0072$ *Resp.*: 250
e) $2{,}4 \div 32$ *Resp.*: 0,075

Terceira questão: Decompor 2 187 900 em fatôres primos.

Resp.: $2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 11 \times 13 \times 17$

Quarta questão: Reduzir ao mínimo denominador comum as frações:

$\frac{3}{80}$, $\frac{5}{72}$ e $\frac{7}{120}$ *Resp.*: $\frac{27}{720}$, $\frac{50}{720}$ e $\frac{42}{720}$

Quinta questão: Efetuar as seguintes mudanças de unidade:

a) 5,4 cm = ... m *Resp.*: 0,054 m
b) 0,06 dag = ... dg *Resp.*: 6 dg
c) 10,60 cm² = ... m² *Resp.*: 0,001 060 m²
d) 5,200 m³ = ... *l* *Resp.*: 5 200 *l*
e) 0,2 hl = ... dl *Resp.*: 200 dl

1945

Primeira questão: Um avião deveria percorrer 3 000 quilômetros em 6 horas. Tendo percorrido um quinto dessa distância, o piloto verificou que sua velocidade fôra de 200 quilômetros por hora menos do que realmente deveria ter sido. Pede-se a velocidade com que teve de fazer o restante do percurso, para completá-lo no tempo prèviamente determinado. (Escrever o raciocínio e os cálculos.)

Resp.: 600 km/h.

Segunda questão:

a) Reduzir, ao mínimo denominador comum, as frações:

$$\frac{5}{12}, \quad \frac{7}{20} \quad \text{e} \quad \frac{11}{36}$$

b) Sem efetuar as multiplicações indicadas, reduzir à expressão mais simples a fração:

$$\frac{12 \times 39 \times 70 \times 187}{11 \times 28 \times 135 \times 221}$$

Resp.: *a*) $\frac{75}{180}$, $\frac{63}{180}$ e $\frac{55}{180}$; *b*) $\frac{2}{3}$.

Terceira questão: Efetuar as seguintes operações, fazendo tôdas as simplificações que se apresentarem:

a) $8 - 9 \times \frac{2}{21}$ *Resp.*: $7\frac{1}{7}$

b) $2 + 3 \div \dfrac{6}{7}$ Resp.: $5\dfrac{1}{2}$

c) $5\dfrac{1}{3} \times 2\dfrac{1}{4}$ Resp.: 12

d) $5\dfrac{3}{5} \div 4\dfrac{1}{5}$ Resp.: $1\dfrac{1}{3}$

Quarta questão: Efetuar as seguintes operações, conservando os dados com a forma de números decimais:

a) $4{,}3 - 3{,}8475$ Resp.: 0,4525
b) $2{,}7 \times 0{,}5 \times 0{,}004$ Resp.: 0,0054
c) $0{,}007 \div 28$ Resp.: 0,00025
d) $3{,}6 \div 0{,}009$ Resp.: 400

Quinta questão: Efetuar as seguintes mudanças de unidade:

a) 3,5 mm = ... dm Resp.: 0,035 dm
b) 3,8 ha = ... m^2 Resp.: 38 000 m^2
c) 97,5 g = ... kg Resp.: 0,0975 kg
d) 837,25 cm^2 = ... m^2 Resp.: 0,083 725 m^2

1946

PRIMEIRA TURMA

Primeira questão: Se eu dispuser os livros de uma estante em pilhas de 15 livros em vez de pilhas de 18 livros, poderei formar três pilhas a mais. Quantos livros há nessa estante ?

Resp.: 270.

Segunda questão:

a) Escrever um número de 4 algarismos diferentes que seja divisível por 5 e por 9.

b) Qual é o menor número que se deve somar a 7 315 para se obter um número divisível por 3 ?

Resp.: a) 1 035 ou 1 260 ou 1 305 ou 1 350 ou 1 395, etc.; b) O menor n.º é 2.

Terceira questão:

a) Calcular os três maiores divisores comuns de 72 e 96.

b) Calcular os dois menores múltiplos comuns de 48 e 36.

Resp.: a) 24, 12 e 8; b) 144 e 288.

Quarta questão:

a) Transformar $\dfrac{12}{18}$ em uma fração equivalente cujo denominador seja 21.

b) Dividir a têrça parte de $\dfrac{4}{5}$ pela metade de $\dfrac{2}{7}$.

c) Calcular $1{,}5 + 1{,}728 \div 14{,}4 - 0{,}62$.

Resp.: a) $\dfrac{14}{21}$; b) $1\dfrac{13}{15}$; c) 1.

Quinta questão:

a) Completar as igualdades:

2,734 m^3 = ... cm^3 Resp.: 2 734 000 cm^3
73,84 dm^2 = ... dam^2 Resp.: 0,7384 dam
0,0849 kg = ... dg Resp.: 849 dg
2,8 *l* = ... cl Resp.: 280 cl

b) Um terreno retangular mede 8,45 hm de comprimento e 0,072 km de largura. Nesse terreno foi construída uma casa que ocupa uma área de 158 ca. Qual a área não edificada do terreno?

Resp.: 60 682 ca.

Primeira questão: Um automobilista deve percorrer a distância de 480 quilômetros com a velocidade média de 47 quilômetros por hora. No caminho houve um desarranjo que obrigou o motorista a parar durante três horas. Para atingir o ponto final dentro do prazo prèviamente fixado teria que duplicar a velocidade. A que distância do ponto de partida se deu o desarranjo?

Resp.: 198 km.

Segunda questão: À direita do número 472, escrever dois algarismos de modo a formar um número de cinco algarismos divisível por 3 e por 10. Dar tôdas as soluções.

Resp.: 47 220 ou 47 250 ou 47 280.

Terceira questão: Procurando-se o máximo divisor comum de dois números pelo processo das divisões sucessivas, encontra-se:

	1	2	3
*	*	*	4
*	*	0	

Substituir os asteriscos pelos números correspondentes.

Resp.:

	1	2	3
40	28	12	4
12	4	0	

Quarta questão: Calcular a expressão:

$$5 - \left(\frac{3}{4} + \frac{2{,}4}{1 \frac{11}{25}} \div 4 \frac{1}{6} \right) \times 3 \frac{21}{23}$$

Resp.: $\frac{1}{2}$

Quinta questão: Preencher os claros com os números correspondentes:

3,4 t = ... g — *Resp.*: 3 400 000 g
7,8 dal = ... ml — *Resp.*: 78 000 ml
8,342 cm³ = ... m³ — *Resp.*: 0,000 008 342 m³
0,280 m³ d'água pura pesam .... dag — *Resp.*: 28 000 dag
53 hl d'água pura pesam ... hg — *Resp.*: 53 000 hg

1947

Primeira questão: A soma dos três números que figuram numa subtração é igual a 948. Calcular êsses três números, sabendo-se que o subtraendo e o resto são iguais.

Resp.: 474, 237 e 237.

Segunda questão: Numa divisão, o divisor é 28, o quociente é o quádruplo do divisor e o resto é o maior possível. Calcular o dividendo.

Resp.: 3 163.

Terceira questão: Dado 3*7*, substituir os asteriscos por algarismos de modo a se obter um número divisível por 2, 3, 5, 9 e 10.

Resp.: 3 870.

Quarta questão: Repartir Cr$ 1 056,00 entre Alice, Paulo e Jorge de modo que duas partes de Alice sejam iguais a três de Paulo e que quatro de Paulo sejam iguais a cinco partes de Jorge.

Resp.: Cr$ 480,00; Cr$ 320,00 e Cr$ 256,00.

1948

Primeira questão:

a) Escreva um número de cinco algarismos diferentes que seja divisível por 9 e 10.
b) Calcular o menor número que se deve somar a 34 829 para se obter um número divisível por 3.

Resp.: *a*) 12 690; *b*) 1.

Segunda questão:

a) Dados os números 360, 200 e 320, calcular o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum.

b) Escreva com três casas decimais o quociente do m.d.c. pelo m.m.c.

Resp.: *a*) 40 e 14 400; *b*) 0,002.

Terceira questão: Calcular:

a) $2\frac{2}{3} + \frac{1}{3} \div 0{,}5$ *Resp.*: $3\frac{1}{3}$

b) $\frac{3}{5}\left(0{,}44\ldots + \frac{2}{9}\right) \div \frac{5}{4}$ *Resp.*: $\frac{8}{25}$

Quarta questão: Tem-se uma pipa que contém 46 500 cm^3 de vinho. Quantas garrafas de 75 cl de capacidade podem ser enchidas com o vinho dessa pipa?

Resp.: 62.

Quinta questão: Jorge reparte certa quantia entre Pedro, Heitor e Otávio. Pedro recebe $\frac{1}{6}$ da quantia e mais Cr$ 5,00; Heitor recebe os $\frac{3}{7}$ da quantia mais Cr$ 6,00; Otávio recebe os Cr$ 32,00 restantes. Quanto cabe a Pedro e quanto a Heitor?

Resp.: Cr$ 19,00 e Cr$ 42,00.

1949

1.ª) *a*) Escrever em algarismos romanos o número: três milhões quarenta e três mil oitocentos e trinta e nove unidades.

Resp.: $\overline{\text{III}}\,\overline{\text{XLIII}}$ DCCCXXXIX.

b) Numa divisão o quociente é 48, o resto é a têrça parte do quociente e é o maior possível. Calcular o dividendo.

Resp.: 832.

2.ª) *a*) Somar o m.d.c. de 96 e 84 com o m.m.c. de 54 e 81.

Resp.: 174.

b) Calcular, aplicando os caracteres de divisibilidade, o resto da divisão de 438 972 por 9 e o resto de 894 753 por 5. Dividir o segundo resto pelo primeiro, dando o resultado em decimal.

Resp.: 0,5.

3.ª) *a*) Qual é a maior fração própria cujo denominador é 123?

Resp.: $\frac{122}{123}$.

b) Calcular: $\left(5\frac{1}{2} \div \frac{1}{2} \div 0{,}75\right)\frac{12}{37}$

Resp.: $4\frac{28}{37}$.

4.ª) Completar as igualdades:

a) 3,04 dam^2 = ... ca — *Resp.*: 304
b) 83 m^3 = ... mm^3 — *Resp.*: 83 000 000 000
c) 3,6 cl = ... ml — *Resp.*: 36
d) 4,83 km = ... cm — *Resp.*: 483 000

5.ª) Por ocasião do Natal foram distribuídos Cr$16 800,00 entre os operários de uma fábrica, que eram 15 homens, 12 mulheres e 3 aprendizes. Cada homem recebeu tanto quanto uma mulher e 2 aprendizes, e 1 mulher recebeu tanto quanto 5 aprendizes. Quanto recebeu cada homem, cada mulher e cada aprendiz?

Resp.: Cr$ 700,00, Cr$ 500,00 e Cr$ 100,00.

1950

1.ª) a) Qual é o maior número par de 4 algarismos?

Resp.: 9 998.

Qual o menor número de 7 algarismos?

Resp.: 1 000 000.

Escreva êsses dois números em algarismos romanos.

Resp.: $\overline{\overline{IX}}$ CMXCVIII. $\overline{I}$.

b) Numa divisão, o divisor é 298; o quociente é o triplo do divisor, e o resto é o maior possível. Qual é o dividendo?

Resp.: 266 709.

2.ª a) Calcule o menor número que se deve somar a 3 854 para se obter um múltiplo de 9, e o menor número que se deve tirar para se obter um múltiplo de 3 ?

Resp.: 7 e 2.

b) Quais são os três maiores divisores comuns de 5 544 e 4 554 ?

Resp.: 198, 99 e 66.

3.ª). a) Escreva o menor número primo que divide 299.

Resp.: 13.

b) Sem reduzir ao mesmo denominador ou ao mesmo numerador, diga qual é a maior das duas frações $\frac{7}{8}$ e $\frac{10}{11}$ e explique por quê.

Resp.:

4.ª) a) Um excursionista fêz uma viagem de 360 km. Os $\frac{3}{4}$ do percurso foram feitos de trem, $\frac{1}{8}$ a cavalo e o resto de automóvel. Quantos quilômetros andou de automóvel? A parte percorrida de automóvel, que fração representa da viagem total?

Resp.: 45 km e $\frac{1}{8}$.

b) Calcule os $\frac{3}{8}$ da expressão:

$$\frac{4}{7} + \frac{1}{7} \times \frac{7\frac{1}{2} - 0{,}5}{0{,}55\ldots \div 3\frac{1}{2}}$$

Resp.: $6\frac{61}{70}$.

5.ª) a) Qual a área, em metros quadrados, de um terreno retangular que mede 3,5 dam de largura e 640 dam de comprimento?

Resp.: 224 000 m².

b) Complete as seguintes igualdades:

48 ca = ... m² — *Resp.*: 48
3,9 cm = ... dam — *Resp.*: 0,00039
7,492 m³ = ... cm³ — *Resp.*: 7 492 000
0,354 kg = ... dag — *Resp.*: 35,4
3,92 dal = ... dl — *Resp.*: 392

4) COLÉGIO PEDRO II (INTERNATO)

1940

Primeira questão: Escrever um número de 4 algarismos que seja divisível por 2 e por 5.

Resp.: 1 000 ou 1 010 ou 1 020 ou 1 030, etc.

Segunda questão: Procurar o máximo divisor comum de 96 e 54.

Resp.: 6.

Terceira questão: Determinar o mínimo múltiplo comum de 18 e 24.

Resp.: 72.

Quarta questão: Transformar 5 em uma fração imprópria, cujo denominador seja 8.

Resp.: $\frac{40}{8}$.

Quinta questão: Reduzir a fração $\frac{84}{112}$ à expressão mais simples.

Resp.: $\frac{3}{4}$.

Sexta questão: Qual a maior dentre as frações $\frac{10}{12}$ e $\frac{21}{24}$?

Resp.: A segunda.

Sétima questão: Uma pessoa gastou os $\frac{2}{5}$ da quantia que possuía e ficou com Cr$ 45,00. Quanto possuía?

Resp.: Cr$ 75,00.

Oitava questão: Dividir 1,728 por 14,4.

Resp.: 0,12.

Nona questão:

1 m² = ... cm²	*Resp.*: 10 000 cm²
3 m³ = ... dm³	*Resp.*: 3 000 dm
1 ca = ... m²	*Resp.*: 1 m²
5 *l* = ... cl	*Resp.*: 500 cl
8 t = ... kg	*Resp.*: 8 000 kg

Décima questão: Uma pessoa comprou um terreno de 7 hectares à razão de Cr$ 0,25 o metro quadrado. Por quanto deve revender êsse terreno, para ter um lucro total de Cr$ 8 500,00 ?

Resp.: Cr$ 26 000,00.

1941

PRIMEIRA TURMA

Primeira questão: Numa divisão o divisor é 15, o quociente é 16, e o rêsto é o maior possível. Calcular o dividendo.

Resp.: 254.

Segunda questão: No número 3*5*4* substituir os asteriscos de modo que se obtenha um número que seja ao mesmo tempo divisível por 5 e por 9.

Resp.: 305 145 ou 305 640 ou 315 045 ou 325 440, etc.

Terceira questão: Determinar o m.d.c. pelo processo da decomposição em fatôres primos dos números 1 728 e 2 352.

Resp.: 48.

Quarta questão: Escrever dois múltiplos comuns de 144 e 108, menores do que 1 000.

Resp.: 432 e 864.

Quinta questão: Escrever duas frações respectivamente iguais a $\frac{6}{8}$ e $\frac{6}{15}$ e que tenham 60 para denominador comum.

Resp.: $\frac{45}{60}$ e $\frac{24}{60}$.

Sexta questão:

1 m² = ... cm²	*Resp.*: 10 000 cm²
2 m³ = ... dm³	*Resp.*: 2 000 dm³
3 ca = ... m²	*Resp.*: 3 m²

4 l = ... dl — *Resp.*: 40 dl
4 l = ... dl — *Resp.*: 40 dl
4 ha = ... km² — *Resp.*: 0,04 km²

SEGUNDA TURMA

Primeira questão:

a) Qual é o menor número que se deve subtrair de 51 389 para se obter um múltiplo de 3 ? E qual é o menor número que se deve somar ?

b) Dado o número 3*8*, substituir os asteriscos por algarismos, de sorte a se obter um número divisível por 9 e por 10.

Resp.: *a*) 2 e 1; *b*) 7 e 0.

Segunda questão:

a) Determinar os dois maiores divisores comuns de 312 e 92.

b) Calcular os múltiplos comuns de 36 e 48, compreendidos entre 400 e 600.

Resp.: *a*) 4 e 2; *b*) 432 e 576.

Terceira questão: Um terreno de 2,5840 hm² de área foi comprado à razão de Cr$ 1,50 o m². Por quanto se deve vender êsse terreno para se obter um lucro de Cr$ 0,20 em cada ca?

Resp.: Cr$ 43 928,00

1942

Primeira questão:

a) Dar os números primos compreendidos entre 20 e 50.

b) Dar exemplos de um número de cinco algarismos que seja ao mesmo tempo divisível por 2, 3, 5 e 9.

c) Determinar os dois menores divisores comuns de 144 e 1 260.

d) Determinar os dois menores múltiplos comuns de 72 e 180.

Resp.: *a*) 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 e 47;
b) 10 080 ou 10 170 ou 10 260 ou 10 350, etc.;
c) 36 e 18;
d) 360 e 720.

Segunda questão:

a) Reduzir 8 a sétimos.

b) Efetuar: $7\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \div 4\frac{1}{2}$.

c) Efetuar: 0,01728 ÷ 1,44.

d) Uma pessoa gastou os $\frac{3}{5}$ do que possuía e ficou com Cr$ 20,00. Quanto possuía?

Resp.: *a*) $\frac{56}{7}$; *b*) $7\frac{1}{3}$; *c*) 0,012; *d*) Cr$ 50,00.

Terceira questão:

a) Reduzir 252 ha a metros quadrados.

b) 3,6 kg de certa substância custam Cr$ 144,00. Quanto custarão 25 hg da mesma substância?

c) Um tanque tem a capacidade de 28,750 metros cúbicos. Determinar a capacidade da metade dêsse tanque, em litros.

d) Somar: 7,8 hm; 0,14 km e 0,92 dm e dar o resultado em metros.

Resp.: *a*) 2 520 000 m²; *b*) Cr$ 100,00; *c*) 14 365 l; *d*) 920,092 m.

1943

Primeira questão: Numa divisão o quociente é 12; o divisor, o dôbro do quociente e o resto o maior possível. Qual é o dividendo?

Resp.: 311.

Segunda questão: Determinar o menor número que se deve tirar de 83 941 para obter um múltiplo de 9; e determinar o menor número que se deve somar a 8 941 para se obter um múltiplo de 5.

Resp.: 7 e 4.

Terceira questão: Determinar os três maiores divisores comuns de 2 016, 1 728 e 4 320.

Resp.: 288, 144 e 96.

Quarta questão: A soma da metade com a têrça parte da quantia que certa pessoa tem é igual a Cr$ 15,00. Quanto possui esta pessoa?

Resp.: Cr$ 18,00.

Quinta questão: Um negociante comprou chá a Cr$ 9,00 o kg e vendeu-o ao preço de Cr$ 0,01 o grama. Qual o lucro obtido em 5 kg ?

Resp.: Cr$ 5,00.

1944

Primeira questão: Em uma divisão o divisor é 23 e o quociente 42. Achar o dividendo, sabendo que o resto é o maior possível.

Resp.: 988.

Segunda questão:

a) Efetuar: $\frac{2}{5} \times \frac{3}{7} \div \frac{12}{175}$ e dar o resultado em decimal.

b) Efetuar: 0,000 000 74 ÷ 0,037 e dar o resultado em fração ordinária.

c) Pôr em ordem de grandeza crescente as frações:

$$\frac{5}{12}, \frac{7}{16}, \frac{13}{60} \text{ e } \frac{25}{72}$$

Resp.: *a*) 2,5; *b*) $\frac{1}{500000}$; *c*) $\frac{13}{60} < \frac{25}{72} < \frac{5}{12} < \frac{7}{16}$

Terceira questão: Distribuíram-se 240 maçãs entre três pessoas, de forma que a primeira recebeu $\frac{5}{16}$ do total, e a segunda recebeu o dôbro do que a primeira recebeu. Quantas maçãs recebeu a terceira pessoa?

Resp.: 15.

Quarta questão:

5 km equivalem a .... mm	*Resp.*: 5 000 000 mm
21 a equivalem a .... cm²	*Resp.*: 210 000 cm²
33 dm³ equnvalem a .... m³	*Resp.*: 0,033 m³
81 st equivalem a .... dm³	*Resp.*: 81 000 dm³
2,5 kg equivalem a .... dg	*Resp.*: 25 000 dg

Quinta questão: A pavimentação do metro quadrado de certo pátio retangular custa Cr$ 48,00. Por quanto ficará a pavimentação de $\frac{2}{3}$ da área dêsse pátio, sabendo-se que êle tem 4,2 m de comprimento e 36 dm de largura?

Resp.: Cr$ 483,84.

1945

Primeira questão: Em uma divisão o dividendo é 5 043, o quociente é 14 e o resto 185. Qual é o divisor?

Resp.: 347.

Segunda questão:

a) Quantos metros há em $\frac{3}{5}$ de $\frac{11}{27}$ de uma peça de fazenda que tem 27 metros?

b) Quantas vêzes a fração $\frac{259}{119}$ está contida em $\frac{814}{187}$?

c) Colocar em ordem de grandeza decrescente as frações: $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{13}{60}$ e $\frac{17}{72}$.

Resp.: *a)* 6,6 m; *b)* 2; *c)* $\frac{7}{16} > \frac{5}{12} > \frac{17}{72} > \frac{13}{50}$.

Terceira questão: Achar o m.d.c. e o m.m.c. de:

$$19 \times 23^2 \times 29 \times 37$$
$$17 \times 31 \times 37^2 \times 41$$
$$13^2 \times 19 \times 37^3 \times 43$$

Resp.: m.d.c. = 37;

m.m.c. = $13^2 \times 17 \times 19 \times 23^2 \times 29 \times 31 \times 37^3 \times 41 \times 43$.

Quarta questão:

1,47 m correspondem a .... dam?

Resp.: 0,147 dam

0,937 cm² correspondem a .... hm²?

Resp.: 0,000 000 009 37 hm²

3,45761 m³ correspondem a .... cm³?

Resp.: 3 457 610 cm³

8,5 hl correspondem a ... dl?

Resp.: 8 500 dl

0,5 g correspondem a .... t?

Resp.: 0,000 000 5 t

Quinta questão: Em um hectare de terreno colhem-se 95 decalitros de milho e 3.200 quilogramas de feijão. O milho foi vendido a Cr$ 110,00 o hectolitro e o feijão a Cr$ 1 800,00 a tonelada. Em quanto importa a venda da colheita?

Resp.: Cr$ 6 805,00.

1946

Primeira questão: Determinar o dividendo de uma divisão, sabendo que o divisor é 59, que o quociente é 241 e que o resto é o maior possível.

Resp.: 14 277.

Segunda questão:

a) Escrever um número de quatro algarismos que seja ao mesmo tempo divisível por 2, 5 e 9.

b) Determinar os dois maiores divisores comuns de 924 e 234.

c) Verificar se o número 323 é primo.

Resp.: *a)* Deve ser um número terminado em zero e que tenha 9 para soma dos valores absolutos dos quatro algarismos, exemplo: 1 080, que é o menor dos números de quatro algarismos, nas condições exigidas;
b) 6 e 3;
c) Não é primo, pois é divisível por 17.

Terceira questão:

a) Dividir a quarta parte de $\frac{5}{7}$ pelos $\frac{5}{2}$ de $\frac{3}{7}$.

b) Dizer qual a maior e qual a menor das frações: $\frac{17}{36}$, $\frac{11}{60}$ e $\frac{13}{72}$.

c) Efetuar:

$2{,}534 - 0{,}625 \div 2{,}5 + 0{,}23 \times 0{,}045 - 0{,}04435$

Resp.: a) $\frac{1}{6}$; b) a maior é a primeira e a menor, a última; c) 2,25.

Quarta questão:

a) Completar as seguintes igualdades:
0,47 hm = ... cm

Resp.: 4 700 cm

2,531 cm² = ... km²

Resp.: 0,000 000 000 253 10 km²

0,9 ha = ... ca

Resp.: 9 000 ca

3,29 dam³ = ... dm³

Resp.: 3 290 000 dm³

4,2 cl = ... hl

Resp.: 0,000 42 hl

b) Um terreno retangular tem para dimensões 15,2 dam e 2,5 km. Sabendo-se que sòmente 379 dam² são cultivados, pergunta-se qual é a área dêsse terreno que não está lavrada.

Resp.: 3 421 dam²

1947

Primeira questão: Determinar os dois números cuja soma é 333 e cujo quociente é 8.

Resp.: 296 e 37.

Segunda questão: Efetuar:

a) $1 + \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \div \frac{5}{6} - \frac{3}{10}$ — *Resp.*: $1\frac{4}{5}$

b) $5{,}41 \times 0{,}2 + 3{,}4 \div 0{,}25$ — *Resp.*: 14,682

c) $0{,}51333\ldots + \frac{2}{9} - 0{,}1$ — *Resp.*: $\frac{143}{225}$

Terceira questão:

3,5 m = ... mm — *Resp.*: 3 500

2,3 m² = ... a — *Resp.*: 0,023

0,0043 cm³ = ... dm³ — *Resp.*: 0,000 004 3

0,03 kg = ... cl — *Resp.*: 3

0,847 kg = ... t — *Resp.*: 0,000 847

Quarta questão: Escreva três números que sejam múltiplos de 2, 5 e 9 ao mesmo tempo e represente-os por algarismos romanos.

Resp.: Os três múltiplos são XC, CLXXX e CCLXX.

Quinta questão: Em um terreno de 40 m de comprimento por 25 m de largura é cultivado certo cereal. Sabendo-se que cada metro quadrado plantado produz 25 litros de cereal, e que cada 16 decilitros é vendido à razão de Cr$ 32,00, pede-se o valor da plantação.

Resp.: Cr$ 500 000,00.

1948

Primeira questão: Em uma divisão o divisor é 24 e o quociente é 15. Calcular o dividendo, sabendo que o resto é o maior possível.

Resp.: 383.

Segunda questão: Efetuar:

a) $2\frac{3}{7} + \frac{5}{7} \div 1\frac{3}{14}$ *Resp.*: $3\frac{2}{119}$

b) $\frac{4}{5}\left(0{,}1818\ldots + \frac{3}{11}\right) \div 0{,}25$ *Resp.*: $1\frac{5}{11}$

Terceira questão: Dois terços de um terreno servem para pastos e $\frac{1}{5}$ do mesmo terreno está cultivado. Sabendo-se que os 300 metros quadrados restantes são ocupados pela residência do proprietário, pergunta-se:

a) qual a extensão do terreno? *Resp.*: 2 250 m²
b) qual a extensão do pasto? *Resp.*: 1 500 m²
c) qual a área cultivada? *Resp.*: 450 m²

Quarta questão:

a) Substituir no número 8a35b as letras *a* e *b* por algarismos, de maneira que o novo número assim formado seja divisível por 9 e 10.
b) Calcular o m.d.c. e o m.m.c. entre os números 252 e 630.

Resp.: *a*) 2 e 0; *b*) 126 e 1 260.

Quinta questão: Faça as seguintes conversões:

a) 8,5 ha correspondem a .... m²
Resp.: 85 000 m²

b) 7,370 dm³ correspondem a .... cm³
Resp.: 7 370 cm³

c) 425 hg correspondem a .... t
Resp.: 0,000 425 t

d) 3,2 cl correspondem a .... dm³
Resp.: 0,032 dm³

1949

1.ª) Tem-se a quantia de Cr$ 148,50 para ser distribuída a João, Manuel e Pedro, de modo que João receba o triplo do que couber a Manuel e, por sua vez, Pedro receba Cr$ 12,00 mais do que couber a João. Quanto receberá cada um?

Resp.: Cr$ 58,50; Cr$ 19,50 e Cr$ 70,50.

2.ª) Depois de escrever, em algarismos arábicos, os números $\overline{\text{II}}\text{DXCVIII}$ e $\overline{\text{IV}}\text{XLIV}$:

Resp.: 2 598 e 4 044.

a) Calcule, aplicando os caracteres de divisibilidade, o resto da divisão do primeiro por três (3) e o resto da divisão do segundo por nove (9).

Resp.: Zero e 7.

b) Calcule o m.d.c. dos dois números.

Resp.: 6.

3.ª) Dados os números $\frac{303}{432}$, 0,744... e $\frac{51}{72}$, colocá-los em ordem decrescente de grandeza.

Resp.: $0{,}744\ldots > \frac{51}{72} > \frac{303}{432}$.

4.ª) Complete as igualdades:

a) 1402 ca = ... km² *Resp.*: 0,001 402
b) 0,345 m³ = hl *Resp.*: 3,45
c) 3,42 dam = ... cm *Resp.*: 3,420
d) 0,45 kg = ... t *Resp.*: 0,000 45

5.ª) Calcule as expressões:

a) $\left(7\frac{3}{4} + 0{,}25\right) \div \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)$ *Resp.*: $10\frac{2}{3}$

b) $\frac{3}{7}\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{5}\right) + 0,3$ *Resp.*: $\frac{1}{2}$

1950

1.ª) a) Um agricultor dividiu suas terras em 12 quadras, plantando em cada quadra 225 pés de abacaxi. Rendendo cada 5 pés Cr$ 8,20, quer-se saber quanto produziu a plantação.

Resp.: Cr$ 4 428,00.

b) O produto de certo número por 245 é 6 125. Qual será o produto dêsse número por 37 ?

Resp.: 925.

2.ª) a) Escrever um número de 4 algarismos que seja divisível por 2, 5 e 9.

Resp.: O menor que se pode escrever é 1 080.

b) Qual o menor número que se deve subtrair de 61 897 para se obter um múltiplo de 9 ?

Resp.: 4.

3.ª) Formar o m.d.c. dos números $2^3 \times 3 \times 7^2 \times 11$, 2 574 e $2^4 \times 3^3 \times 5 \times 11^2$.

Resp.: $2 \times 3 \times 11 = 66$.

4.ª) a) Dispor em ordem de grandeza crescente as frações: $\frac{1}{12}$, $\frac{11}{20}$ e $\frac{8}{15}$.

Resp.: $\frac{1}{12} < \frac{8}{15} < \frac{11}{20}$.

b) Efetuar: $\frac{7}{12} - \frac{4}{9} \times \frac{21}{16}$.

Resp.: Zero.

c) Uma pessoa dispendeu $\frac{5}{8}$ da quantia que possuía em diversas compras e gastou em diversões $\frac{1}{4}$ dessa quantia. Com que parte ficou?

Resp.: $\frac{1}{8}$

d) Efetuar: $3,264 \div 1,2 + 2,4 \times 0,6$.

Resp.: 4,16.

5.ª) a) Completar as seguintes igualdades:

2,5 dm = ... km	*Resp.*: 0,000 25
12,27 cm² = ... dam²	*Resp.*: 0,000 012 27
0,0836 km³ = ... m³	*Resp.*: 83 600 000
47 hl = ... cl	*Resp.*: 470 000
4,5 hg = ... kg	*Resp.*: 0,45

b) Um edifício de apartamentos mede 63,00 metros de altura até o terraço. A escada que conduz a êsse terraço tem 350 degraus. Qual é a altura, em *cm*, de cada degrau?

Resp.: 18 cm.

5) COLÉGIO MILITAR

1939

Primeira questão: Três meninos foram juntos, ontem, 16-IV-939, a um cinema; um dêles costuma ir ao cinema de 6 em 6 dias; o outro, de 11 em 11 dias e, finalmente, o terceiro vai a êsse divertimento de 12 em 12 dias. Em que data irão novamente juntos ao cinema os três meninos?

Resp.: 26 de agôsto de 1939.

Segunda questão: Um negociante de frutas vendeu nas primeiras horas da manhã os $\frac{2}{7}$ das laranjas que possuía e

durante o dia os $\frac{2}{3}$ das que restavam. À tarde, vendendo cada uma das que sobraram por Cr$ 0,25 apurou Cr$ 25,00. Quantas laranjas vendeu pela manhã?

Resp.: 120.

Terceira questão: O mostrador de um relógio está graduado em algarismos romanos e são 8 h. 20 min.; dizer em algarismos romanos a soma das graduações pelas quais passa o ponteiro dos minutos desde essa hora até 11 h. inclusive.

Resp.: CCXXVIII.

1940

Primeira questão:

a) Assinalar os números que são divisíveis:

1.º) por 3;
2.º) por 9 e assinalar, também, os que divididos por 11 dão resto igual a 2:
2 191 — 237 — 891 — 112 — 870 e 133.

b) Substituir a letra "b" por um algarismo de modo que fique sendo um número divisível por 5 e 11: 374b.

Resp.: a) 237, 891 e 870; 891; 2 191, 112;
b) b = 0.

Segunda questão: O volume de uma caixa corresponde em m³ ao resultado da expressão:

$$\frac{602}{3\,125} \times \frac{\frac{7}{4} - 1}{\frac{2}{5} + 0{,}2 \times 0{,}01} + 5 - 3 \times \frac{7}{5} + 0{,}4^2$$

Pede-se, em litros, a capacidade da caixa.

Resp.: 1 200 litros.

Terceira questão: Dois terços de uma caixa cujo volume é 2,760 m³ estão cheios de um certo óleo. Quantos dal d'água devem ser colocados na caixa para acabar de enchê-la?

Resp.: 92 dal.

1941

PRIMEIRA TURMA

Primeira questão: Fazendo-se montes de 10 tijolos cada um, com todos os tijolos que estavam num terreno, obteve-se 29 montes e sobraram 7 tijolos. Exprimir em algarismos arábicos e em romanos o número de tijolos existentes no terreno.

Resp.: 297 ou CCXCVII.

Segunda questão: O valor de uma casa equivale aos $\frac{3}{5}$ do valor do terreno em que está construída. Sabendo-se que o valor dos dois imóveis juntos é de Cr$ 80 000,00, qual o valor de cada um? (Solução raciocinada).

Resp.: Cr$ 30 000,00 e Cr$ 50 000,00.

Terceira questão: Decompor em fatôres primos o número:

$$3\,500 \times 4^2 \times 847$$

Resp.: $2^6 \times 5^3 \times 7^2 \times 11^2$.

SEGUNDA TURMA

Primeira questão: Chegaram de São Paulo 50 caixas, contendo cada uma 2 dezenas e meia de figos; do Rio Grande do Sul, 80 caixas contendo cada uma meia centena de pêssegos, e de Pernambuco, 27 centenas e meia dezena de mangas. Sendo o preço de cada fruta de Cr$ 0,40, deseja-se saber o preço total dessas frutas.

Resp.: Cr$ 3 182,00.

Segunda questão: Determinar 2 frações equivalentes à fração $\frac{2\,520}{4\,680}$ e que tenham, uma, para numerador 42 e a outra, para denominador, 39.

Resp.: $\frac{42}{78}$ e $\frac{21}{39}$.

Terceira questão: Um campo de forma retangular mede 3 dam de frente e $\frac{1}{4}$ hm de fundo. Sabendo que $\frac{2}{3}$ da superfície estão cultivados, pede-se, em ha, a área da parte não cultivada.

Resp.: 0,025 ha.

1942

Primeira questão: Determinar, pela decomposição em fatôres primos, o m.d.c. dos números 360, 504 e 148.

Resp.: 4.

Segunda questão: Dizer se os números 3 456 789, 6 245 320 e 5 482 598 são divisíveis, separadamente, por 2, por 3 e por 5 e, em caso negativo, qual o resto de cada divisão.

Resp.: Sòmente por 3; e por 2 e por 5; sòmente por 2.

Terceira questão: Um operário ganha Cr$ 6,50 por dia de trabalho e paga Cr$ 2,50 por dia em que não trabalha e assim no fim do mês de 31 dias recebe Cr$ 156,50. Quantos dias trabalhou e quantos faltou? Verificar.

Resp.: 5 e 26.

1943

Primeira questão: Calcular a expressão:

$$\frac{\left(\frac{11}{4}-2\right) \div \left(1-\frac{7}{16}\right)+1}{\frac{7}{9}-\frac{2}{3}+1}+\frac{2\,\frac{1}{3}}{3\,\frac{1}{4}}+\frac{9}{10}$$

Resp.: $3\,\frac{28}{39}$.

Segunda questão: Um indivíduo possuía certa importância. Gastou $\frac{2}{3}$ do que possuía em uma casa comercial, $\frac{1}{4}$ em outra, ficando, ainda, com Cr$ 27,00. Quanto possuía o indivíduo ?

Resp.: Cr$ 324,00.

Terceira questão: Um comerciante comprou um tapête retangular de 10,5 m de comprimento a Cr$ 80,40 o metro e vendeu-o dias após à razão de Cr$ 120,35 o metro quadrado. Dizer quanto lucrou o comerciante, sabendo-se que o tapête tem 0,083 hm de largura.

Resp.: Cr$ 9 644,30.

1944

Primeira questão: Um capitalista deixou $\frac{3}{4}$ de sua fortuna aos seus parentes, $\frac{1}{5}$ a um amigo e o resto, ou sejam, Cr$ 12 500,00 a uma instituição de caridade. Determinar a parte dos parentes, a do amigo e o valor da fortuna. Verificar.

Resp.: Cr$250 000,00; Cr$187 500,00 e Cr$50 000,00

Segunda questão: Uma chapa metálica que tem a forma retangular, mede 0,015 dam de comprimento e 0,12 m de lar-

gura. Determinar o preço dessa chapa, sabendo que é vendida à razão de Cr$ 0,30 o cm².

Resp.: Cr$ 54,00.

Terceira questão: O homem respira mais ou menos 16 vêzes por minuto; em cada inspiração introduz em seus pulmões, aproximadamente, 135 cm³ de oxigênio, e em cada expiração devolve à atmosfera 105 cm³ do mesmo gás. Que quantidade de oxigênio aproveita o homem por hora?

Resp.: 28 800 cm³.

1945

Primeira questão: As famílias Sampaio, de 5 pessoas, e Cavalcante, de 3, alugaram uma casa para veraneio, correndo a despesa geral de acôrdo com o número de pessoas de cada família. Ao ajustarem contas, no fim de um mês, a 1.ª família já tinha efetuado pagamentos num total de Cr$ 1 041,00 e a 2.ª, num total de Cr$ 2 703,00. Pergunta-se quanto a 1.ª família teve de dar à 2.ª para que a despesa geral ficasse de acôrdo com o número de pessoas de cada família.

Resp.: Cr$ 1 299,00.

Segunda questão: Uma casa tem 9 janelas, cada uma com 8 vidros iguais de 0,48 m de comprimento e 0,42 m de largura. Quanto se pagará para envidraçar as janelas desta casa, sabendo-se que o vidro custa Cr$ 0,25 o dm² e a mão de obra Cr$ 6,00 por janela?

Resp.: Cr$ 416,88.

Terceira questão: Dois amigos desejam comprar um cavalo; um dêles tem $\frac{1}{5}$ do valor do cavalo e o outro, $\frac{1}{7}$; mas, juntando ao dinheiro dos dois Cr$ 276,00, poderiam comprar o cavalo. Qual o preço do cavalo? Verificar.

Resp.: Cr$ 420,00.

1946

PRIMEIRA TURMA

Primeira questão: Determinar o número de algarismos necessários a numerar as páginas de um livro de 1 a 259.

Resp.: 669.

Segunda questão: Calcular a expressão:

$$\left[\left(1\frac{1}{4} \times 1{,}8 - 1{,}666\ldots \times 1\frac{1}{5}\right) \div \right.$$
$$\left. \div \left(3{,}5 \div 2 + 4\frac{1}{4} \div 11{,}333\ldots\right) \right] \times$$
$$\times \ (0{,}283\,33\ldots \times 60)$$

Resp.: 2.

Terceira questão:

1) Calcular o m.d.c. dos números 1 953 e 2 268 e 315 pelo processo da decomposição em seus fatôres primos.

2) Tornar irredutível a fração $\frac{1953}{2268}$.

Resp.: 63 e $\frac{31}{36}$.

1946

SEGUNDA TURMA

Primeira questão: Duas torneiras, abertas no mesmo instante, encheram um tanque de 10 200 litros de capacidade em 12 horas. Dizer quantos litros cada torneira jorrou por hora, sabendo-se que uma delas forneceu 2 040 litros mais que a outra.

Resp.: 340 litros e 510 litros.

Segunda questão: Um indivíduo comprou um terreno de 2,16 ha por Cr$ 172 800,00 e vendeu por igual importância os $\frac{2}{3}$ do mesmo terreno. A como vendeu o are do terreno? Quanto lucrou em cada metro quadrado do terreno vendido?

Resp.: Cr$ 1 200,00 e Cr$ 4,00.

Terceira questão: Quatro pessoas se reuniram em um jantar ficando estabelecido que cada uma deveria contribuir de acôrdo com os gastos que fizesse. Tendo a primeira delas pago $\frac{5}{12}$ da despesa total, a segunda $\frac{1}{9}$, a terceira $\frac{3}{8}$ e a quarta Cr$ 35,00, pergunta-se:

1.º) em quanto montou a despesa total?
2.º) qual foi a despesa de cada pessoa?

Resp.: 1.º) Cr$ 360,00; 2.º) Cr$ 150,00; Cr$ 40,00 Cr$ 135,00.

1947

Primeira questão: Um comerciante comprou três (3) sacos de feijão, de 60 kg cada um, à razão de Cr$ 1,80 o kg e vendeu do seguinte modo: 75 kg a Cr$ 2,40 o kg e o restante, a Cr$ 2,60. Qual foi o lucro obtido?

Resp.: Cr$ 129,00.

Segunda questão: Calcular a expressão

$$0,8 \times 0,09 + (2,8 - 0,08) \div 3,4 - 0,022$$

e dividir o resultado pelo da expressão

$$(0,07 + 7,9507 \div 18,49) \div 0,25$$

Resp.: 0,425.

Terceira questão: Determinar o máximo divisor comum dos números 616, 432 e 150:

1.º) pelo processo das divisões sucessivas;
2.º) pela decomposição em fatôres primos.

Resp.: 2.

1948

Primeira questão: Escreva o número cujo algarismo:

a) das unidades de milhares é o resultado da expressão:

$$\frac{\left(\frac{1}{3} + 0,0666\ldots\right)5}{4 - \left[7 - \left(1\frac{8}{9} - \frac{4}{3}\right) \div \frac{1}{9}\right]}$$

b) das centenas é o m.d.c. dos têrmos da igualdade:

$$90 + \ldots. = 99$$

c) das dezenas é o primeiro fator da multiplicação:

$$\ldots. \times 0,005 = 0,02$$

d) das unidades é o minuendo da subtração:

$$\ldots. - 4 = 4$$

Resp.: 1 948.

Segunda questão: Calcular todos os divisores do número 3 528 e escrevê-los em ordem crescente.

Resp.: 1—2—3—4—6—7—8—9—12—14—18—21—24—28—36—42—49—56—63—72—84—98—126—147—168—196—252—294—392—441—504—588—882—1176—1764 e 3528.

Terceira questão: Calcular as idades de três pessoas, sabendo que a da primeira é um têrço da soma das três idades; a da segunda é a metade, também, da referida soma e a da terceira é 24 anos.

Resp.: 48 e 72.

1949

Primeira questão:

a) Calcule o inverso do resultado da expressão abaixo e multiplique-o por uma unidade de quinta ordem.

$$\frac{\frac{0,(5)}{0,0(5)} \times 0{,}01^2}{0{,}1^3} - \left(8\frac{39}{55} - \frac{25}{4}\right) \times \frac{1}{8{,}7(09) - 6{,}25} + \frac{1}{0{,}1}$$

Resp.: 1000.

b) Calcule o número que deve ser escrito no lugar das reticências:

$$11 - 34 \times \frac{5}{17} + 49 \div \frac{7}{2} + \ldots = 915$$

Resp.: 900.

c) Divida 23 por 7 até a segunda ordem fracionária decimal e multiplique o resto da divisão pelo cubo de uma dezena.

Resp.: 40.

d) Calcule cinco milésimos do m.m.c. dos três números cujos produtos dos fatôres primos são, respectivamente:

a) $2^3 \times 3 \times 5^2$
b) $2^2 \times 5$
c) 2×3^2

Resp.: 9.

e) Adicione os resultados dos itens e escreva o total em algarismos romanos.

Resp.: MCMXLIX.

Segunda questão: Num depósito há 85 viaturas, sendo umas de oito rodas e outras de três. Pergunta-se quantos veículos existem de cada espécie, sabendo que o total de rodas é de 320. Resolução raciocinada. Verificar.

Resp.: 72 e 13.

Terceira questão: Se dos $\frac{9}{5}$ de uma quantia subtrairmos Cr\$ 371,00 obteremos os $\frac{2}{7}$ dela. Qual é essa quantia? Dê a resolução raciocinada e verifique o problema.

Resp.: Cr\$ 245,00.

1950

1.ª) *a*) Em mil cento e trinta e duas unidades de 4.ª ordem, quantas unidades de 3.ª e quantas de 5.ª ordem existem?

Resp.: 11 320 e ....

b) Um número é constituído de 18 classes, sendo uma incompleta. Quantas ordens poderá ter êsse número?

Resp.: 52 ou 53.

c) Represente, com palavras escritas, o número constituído por meia unidade de 8.ª ordem, seis unidades de 4.ª ordem e meia unidade de 2.ª ordem, e diga, em seguida, os nomes que recebem a classe e a ordem mais elevadas dêsse número.

Resp.: Cinco milhões seis mil e cinco. Milhões. Unidades de milhões.

2.ª) *a*) Que acontece ao resto de uma subtração quando ao subtraendo se adicionam 155 unidades?

Resp.: Fica diminuído de 155 unidades.

b) Que número devo tirar de 528 para obter um resto igual ao subtraendo?

Resp.: 264.

c) Em uma subtração a soma do minuendo, subtraendo e resto é 1 344; o subtraendo sendo 621, quais serão o minuendo e o resto?

Resp.: 672 e 51.

3.ª) *a*) Sem efetuar o produto indicado, decomponha em fatôres primos: $35^2 \times 36^3 \times 100\,000$.

Resp.: $2^{11} \times 3^5 \times 5^7 \times 7^2$.

b) Quantos divisores admite o número correspondente ao produto $7^4 \times 11 \times 13^2 \times 19$?

Resp.: 60.

c) Quais são os divisores *primos* do número 3 150 ?

Resp.: 1, 2, 3, 5 e 7.

4.ª) *a*) Que fração se deve subtrair de $\frac{4}{5} + \frac{3}{8}$ para obter $1 - \frac{23}{40}$?

Resp.: $\frac{3}{4}$

b) Calcule $\frac{1{,}25 + 2{,}5 + 7}{1{,}6 \times 0{,}5 - 0{,}3} \times 2{,}4 + 3 \div 0{,}001$.

Resp.: 3 051,56.

c) Um operário executou $\frac{2}{8}$ de uma obra, um segundo os $\frac{2}{3}$ do restante e um terceiro o que faltava para completar o trabalho. Qual a fração correspondente ao trabalho executado pelo terceiro operário ?

Resp.: $\frac{1}{4}$.

5.ª) *a*) Qual o número decimal cujo dôbro é 0,01 de $\frac{0{,}025 + 2{,}075}{0{,}03}$.

Resp.: 0,35.

b) Um trem, percorrendo 960,4 m por minuto fêz um certo percurso em 2 h. 30 min. Quantos metros deverá percorrer por minuto para completar aquêle mesmo percurso em 2 horas?

Resp.: 1 200,5 m/min.

c) Um terreno de forma retangular, medindo 25 dam de comprimento e 1 hm de largura, foi adquirido à razão de Cr$ 5 200,00 o ha. Tendo sido, ainda, pagos os impostos à razão de Cr$ 5,40 por dam², quanto foi gasto na aquisição do terreno?

Resp.: Cr$ 14 350,00.

1950

1.ª) **a**) Diga os nomes das ordens que compõem a 5.ª classe numérica.

Resp.: Centenas de trilhões; dezenas de trilhões e unidades de trilhões.

b) Quantas unidades existem entre duas centenas consecutivas?

Resp.:

c) Quais são as duas ordens de unidades mais próximas das dezenas de trilhões?

Resp.: Unidades de trilhões e centenas de trilhões.

d) Quantas unidades simples há em uma dezena de milhões? Quantas dezenas há em dezesseis mil unidades simples?

Resp.: Dez milhões; mil e seiscentos.

2.ª) **a**) Que número devo somar à 5.ª parte de 7 625 para obter o quádruplo de 899 ?

Resp.: 2 071.

b) Acrescentando-se 199 à soma de dois números obtém-se 1 000. Calcular os números, sabendo-se

que se se tirar 323 da diferença dos mesmos números ela ficará sendo 100.

Resp.: 612 e 189.

c) Em uma subtração, a soma do minuendo, subtraendo e resto é 1 344; o subtraendo sendo 621, quais serão o minuendo e o resto?

Resp.: 672 e 51.

d) Dois meninos têm, juntos, 28 004 sêlos e se um desse ao outro 3 310 sêlos, ambos ficariam com quantidades iguais. Quantos sêlos tem cada menino?

Resp.: 17 312 e 10 692.

3.ª) *a*) Qual o maior divisor comum dos números representados pelos produtos: $2^3 \times 5 \times 7^2 \times 11$; $2^3 \times 3^5 \times 5^2 \times 11^3$ e $2^4 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 13$.

Resp.: 440.

b) De dois números, um é primo e o outro não. Se êles não são primos entre si, qual o maior divisor comum dêsses números?

Resp.: O maior dêles.

c) Calcular, pelo processo das divisões sucessivas, o maior divisor comum dos números 648, 192 e 504.

Resp.: 24.

4.ª) *a*) Em uma subtração, a soma do minuendo, subtraendo e resto é 6,064. Contendo o subtraendo mais 0,748 que o resto, calcular o minuendo, o subtraendo e o resto.

Resp.: 3 032; 1 516,374 e 1 515,626.

b) De três números, o primeiro excede o segundo de 3,648 e o segundo tem a mais que o terceiro 1,23. Quais são os números?

Resp.:

c) Comprei $\frac{5}{8}$ de uma peça de fazenda por Cr$ 400,00; por que preço poderia comprar $\frac{7}{32}$ da mesma peça se me fôsse concedido um abatimento de $\frac{3}{20}$ sôbre a importância gasta?

Resp.: Cr$ 119,00.

d) Os três quartos do quociente de um número por outro são $\frac{7}{15}$ e os quatro têrços de um dêles, $\frac{20}{21}$. Calcular os números.

Resp.:

e) Por que número devo multiplicar a fração $\frac{7}{8}$ para que ela aumente dos seus $\frac{2}{5}$?

Resp.: $\frac{7}{5}$.

5.ª) *a*) Qual o pêso, em quilogramas, de um bloco de ferro de 180 decímetros cúbicos, sabendo-se que 3,500 metros cúbicos dêsse metal pesam 21,7 toneladas?

Resp.: 111,6 kg.

b) Uma caixa, com a forma de paralelepípedo, tendo as dimensões: 250 cm de comprimento, 1,80 m

de largura a 15 dm de altura, está cheia d'água pura até os $\frac{3}{5}$ da altura e o restante de óleo.

Qual o pêso de cada líquido contido na caixa, sabendo-se que um litro de óleo pesa 0,970 kg ?

Resp.: 4 050 kg e 2 700 kg.

6) GINÁSIOS DO ESTADO DE SÃO PAULO

1950

Em janeiro de 1950, na capital do Estado de S. Paulo, foram dadas as mesmas questões em todos os Ginásios do Estado. Essas questões foram as seguintes:

1.º A soma de 30 números inteiros é 4986003. Apagaram-se três dêsses números. Sabe-se que a soma dos 27 números restantes é 4 615 647. Calcular o valor de cada um dos números apagados, sabendo-se que êles são iguais entre si.

2.º Se um país tem uma população de 4 425 000 habitantes e uma superfície de 7 500 00 hectares, que população terá êsse país por km² ?

3.º De três corpos, o primeiro e o segundo pesam juntos $\frac{25}{18}$ de kg, o primeiro, o segundo e o terceiro pesam juntos $\frac{71}{36}$ de kg. Sabendo-se que o pêso do primeiro é os $\frac{2}{3}$ do pêso do segundo, qual é o pêso de cada um dos corpos ?

4.º Uma bola de borracha é abandonada de uma altura de 0,90 m. Sabendo-se que ela volta até os $\frac{2}{5}$ da altura donde caiu, pergunta-se quantos metros percorreu a bola desde que foi abandonada até bater no chão pela segunda vez.

5.º Qual o valor da seguinte expressão aritmética:

$$\frac{7+\frac{1}{2}\div\left(2-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{4}}{\frac{5}{2}+\frac{1}{4}\times 5}\div 1\frac{4}{15}$$

PREÇO DÊSTE VOLUME CR$ 25,00